

Resistencia de Materiales I - 15006

Materia segunda evaluación

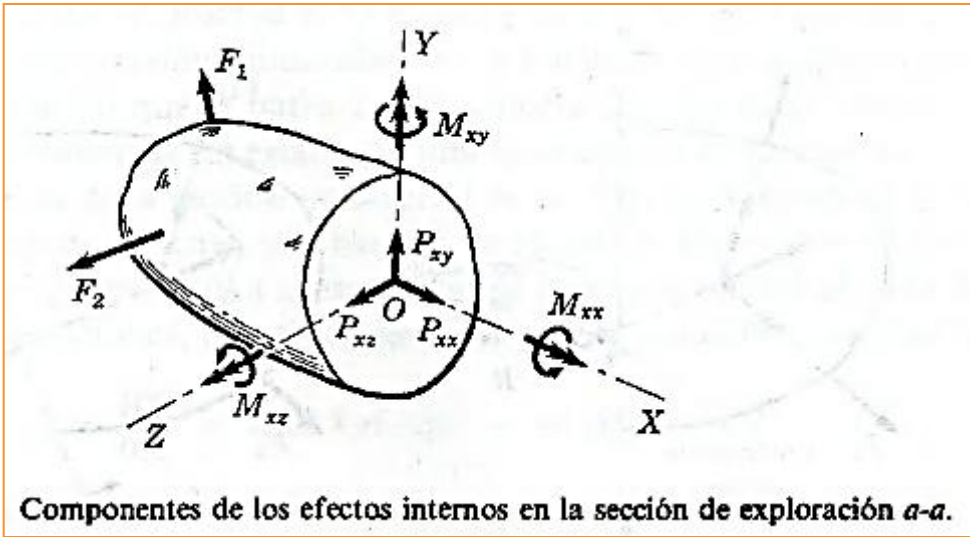
Dr. Ing. Claudio García Herrera



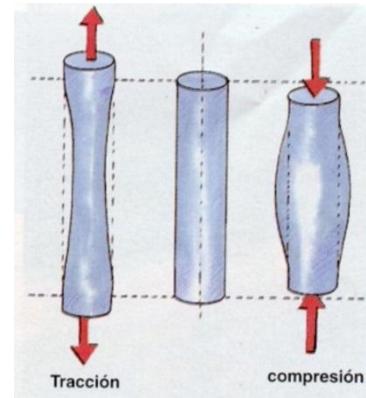
Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Mecánica
claudio.garcia@usach.cl
Oficina 20, DIMEC



Santiago de Chile, 11 de Junio de 2012

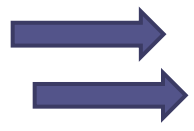


Componentes de los efectos internos en la sección de exploración a-a.

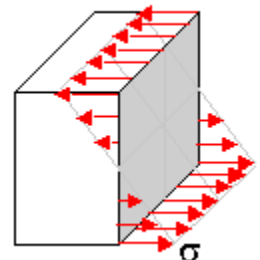
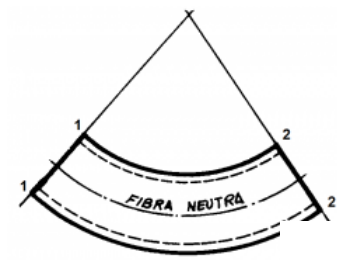
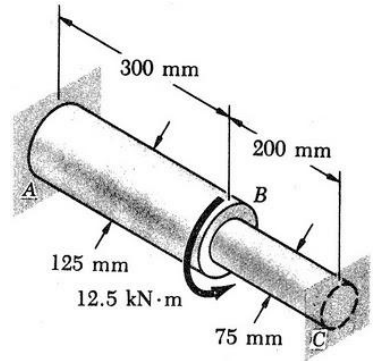
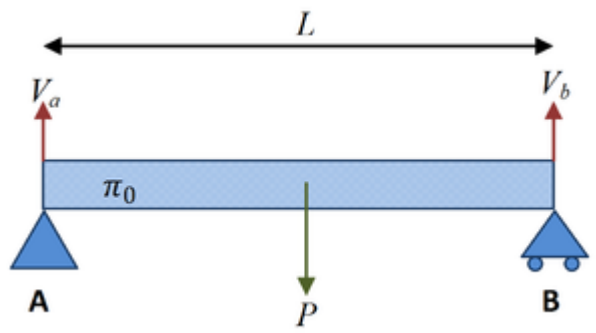


Esfuerzos Simples

- 1. Esfuerzos axiales
- 2. Esfuerzos cortantes
- 3. Esfuerzos originados por flexión

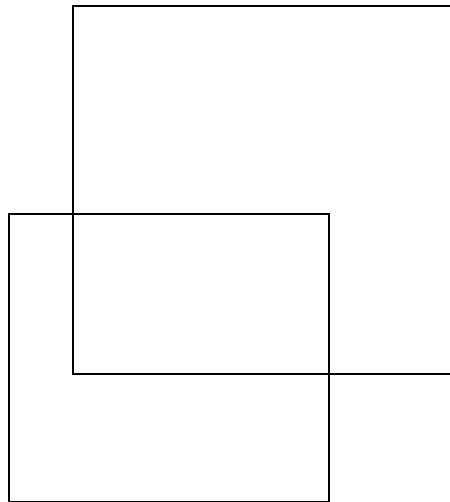


Compresión y Tracción Simple y por torsión



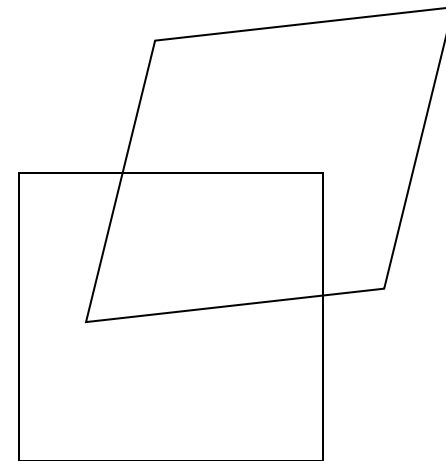
Esfuerzos

NORMAL σ



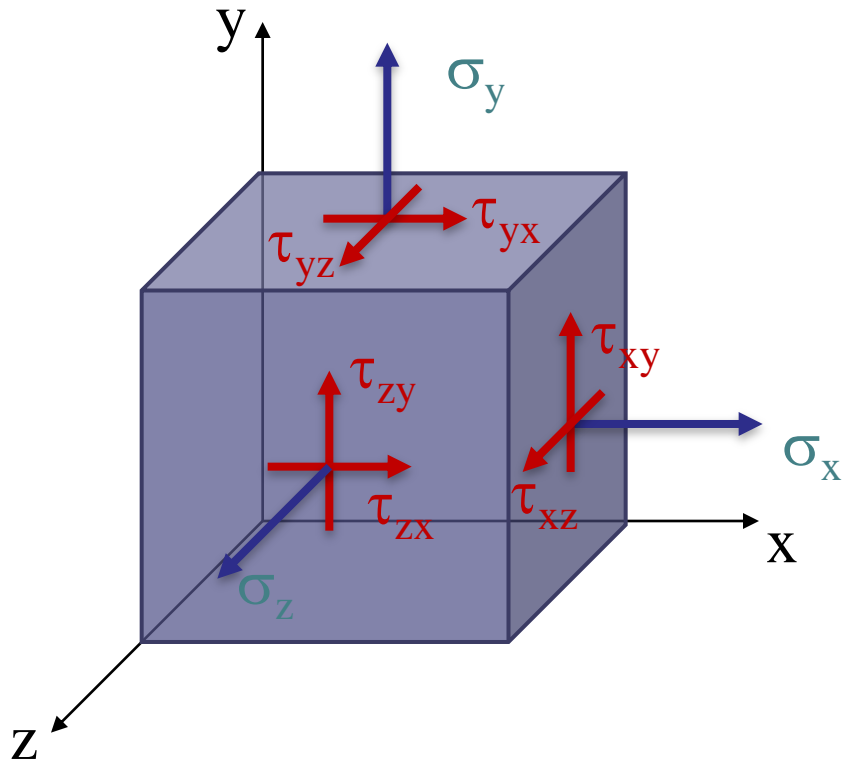
Cambio de volumen

CORTE τ



Cambio de forma

Estado General de Esfuerzos Tridimensional



$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ *Esfuerzos Normales*

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

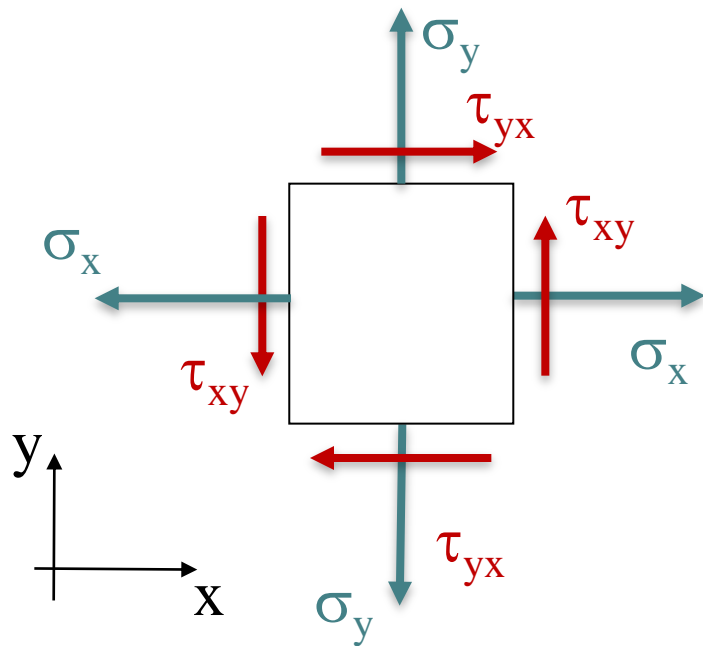
$$\tau_{yz} = \tau_{zy}$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz}$$

Esfuerzos Tngenciales

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

Estado de Esfuerzos Plano

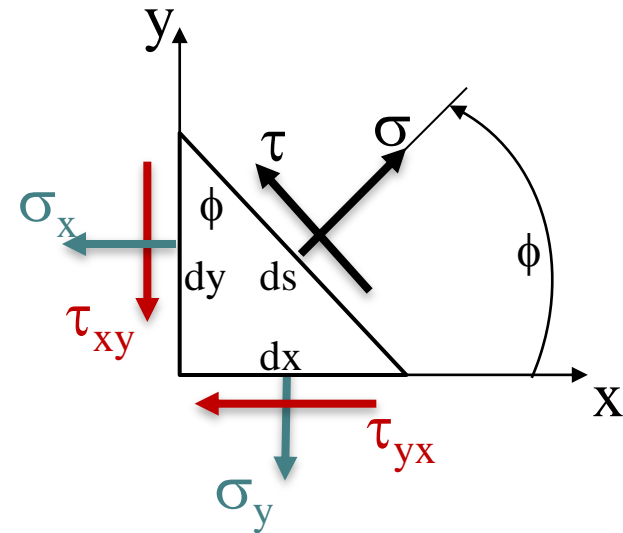
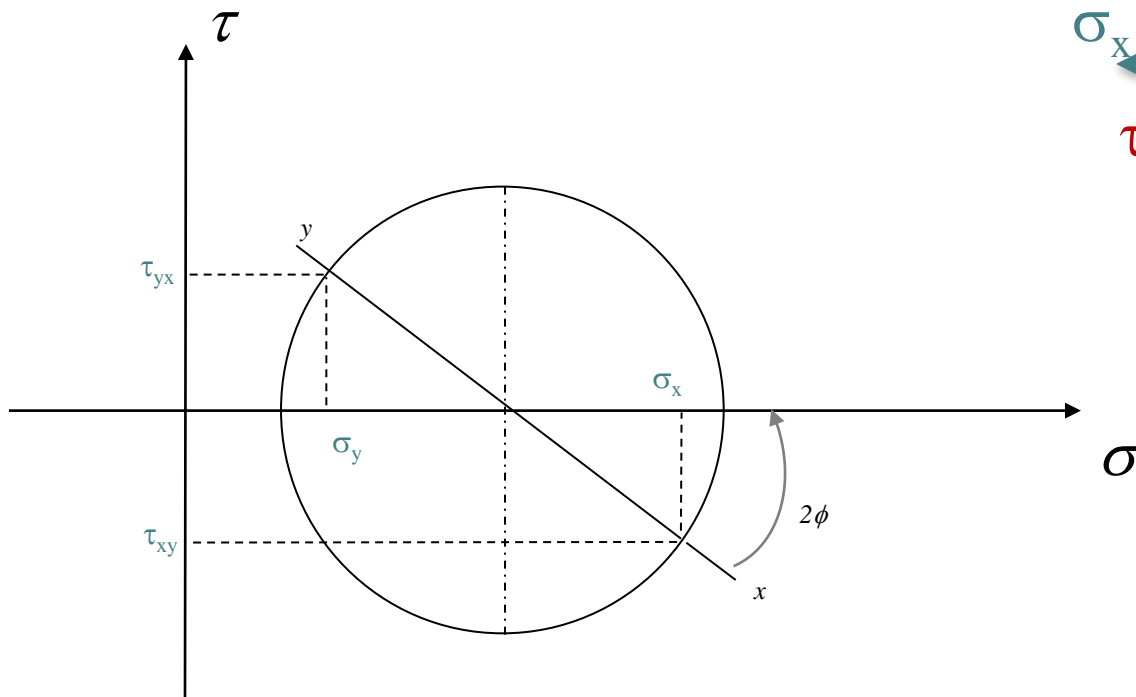


$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix}$$

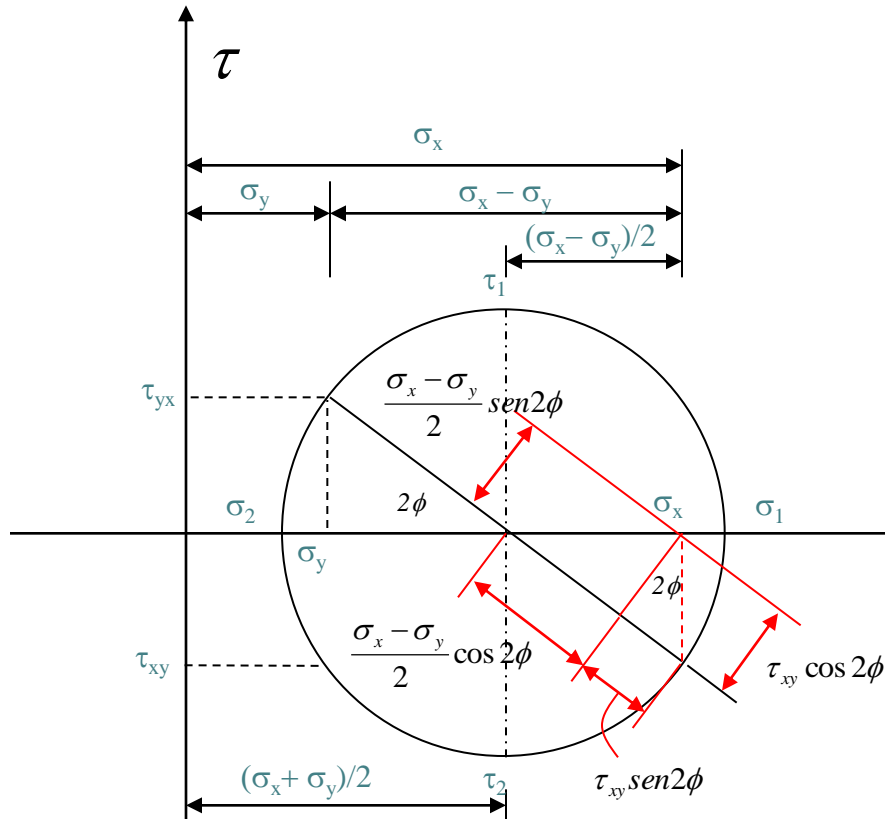
Circulo de Mohr

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\phi + \tau_{xy} \operatorname{sen} 2\phi$$

$$\tau = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \operatorname{sen} 2\phi + \tau_{xy} \cos 2\phi$$



Circulo de Mohr - Esfuerzos Principales



$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\phi + \tau_{xy} \sin 2\phi$$

$$\tau = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\phi + \tau_{xy} \cos 2\phi$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

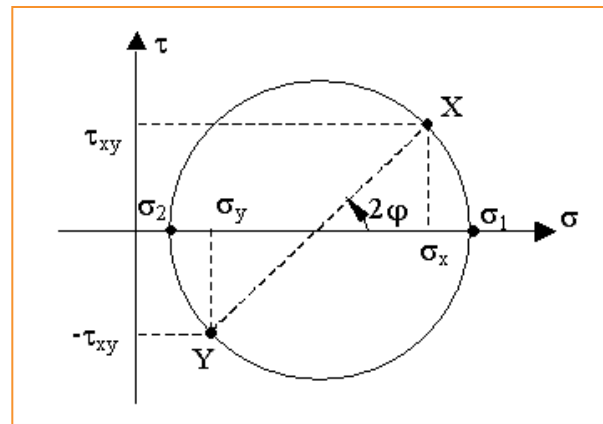
$$\tau_{1,2} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Esfuerzos Principales

Circulo de Mohr para esfuerzos combinados

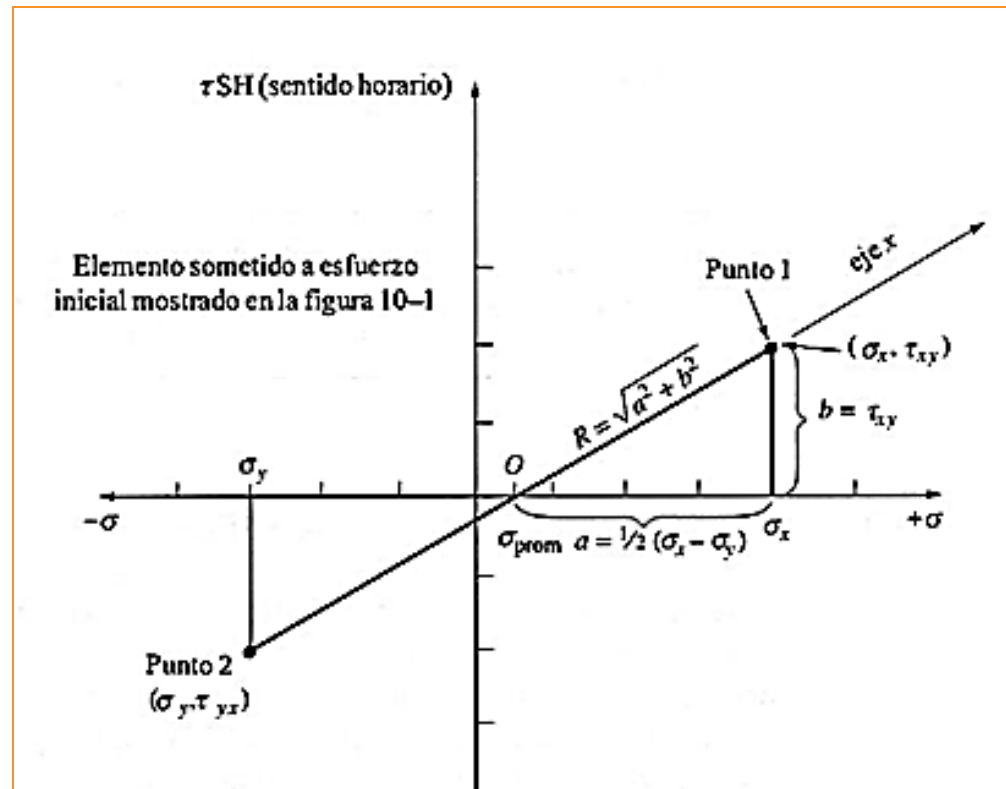
Permite el cálculo rápido y exacto de:

1. Esfuerzos principales máximo y mínimo.
2. Esfuerzo cortante máximo
3. Ángulos de orientación del elemento sometido a esfuerzo principal y a corte máximo.
4. Esfuerzo normal que existe junto con el esfuerzo cortante máximo sobre el elemento sometido al esfuerzo cortante máximo
5. La condición de esfuerzo en cualquier orientación de elemento sometido a esfuerzo.

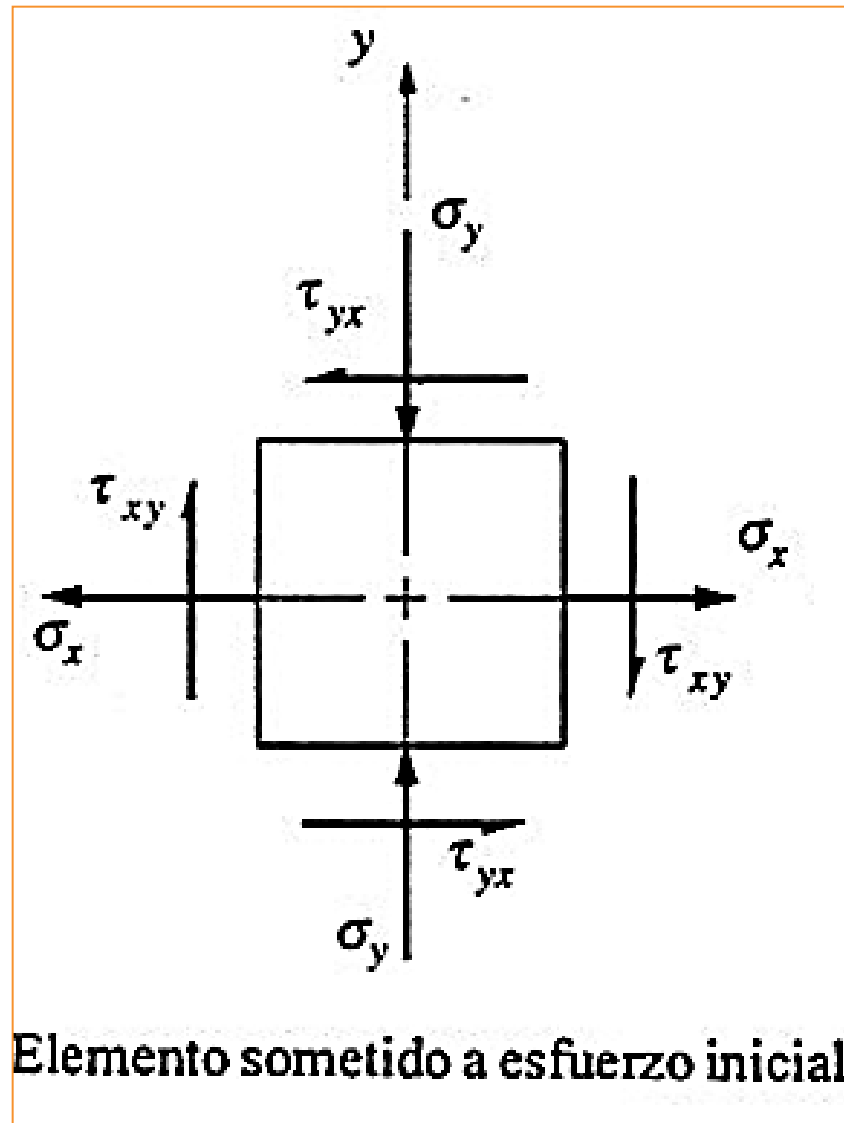


Convenciones de signos para construir y entender el círculo de Mohr

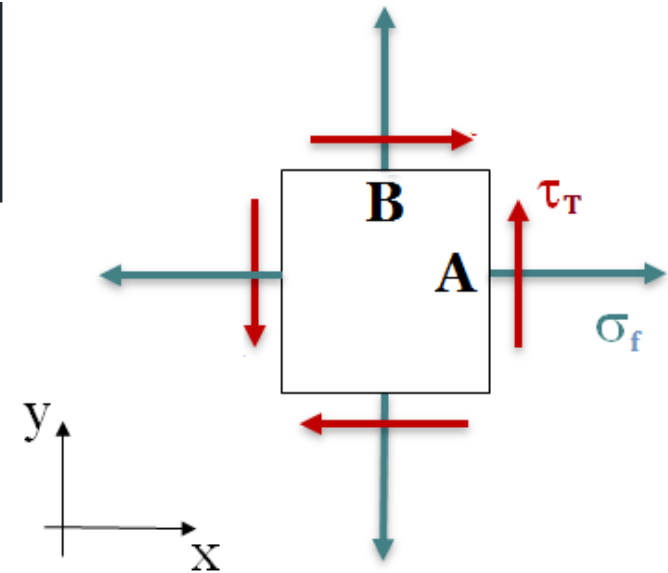
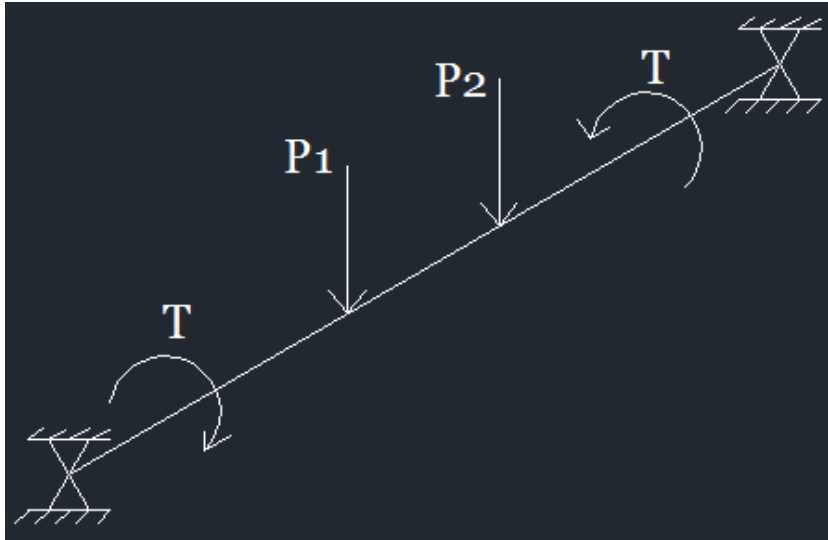
1. Los esfuerzos normales positivos (de tensión) actúan hacia la derecha.
2. Los esfuerzos normales negativos (de compresión) actúan hacia la izquierda.
3. Los esfuerzos cortantes que tienden a girar al elemento sometido a esfuerzo en sentido horario (SH) se trazan hacia arriba en el eje τ .
4. Los esfuerzos cortantes que tienden a girar al elemento sometido a esfuerzo en sentido anti horario (SAH) se trazan hacia abajo en el eje τ .



Ejemplo teórico de construcción de un círculo de Mohr:



Cálculos de ejes



$$\sigma_f = \frac{M C}{I} \quad \tau_T = \frac{T R}{J}$$

En caso de cilindro macizo:

$$\sigma_f = \frac{32 M}{\pi d^3} \quad \tau_T = \frac{16 T}{\pi d^3} \quad \sigma_{max} = \frac{32 M_e}{\pi d^3} \quad \tau_{max} = \frac{16 T_e}{\pi d^3}$$

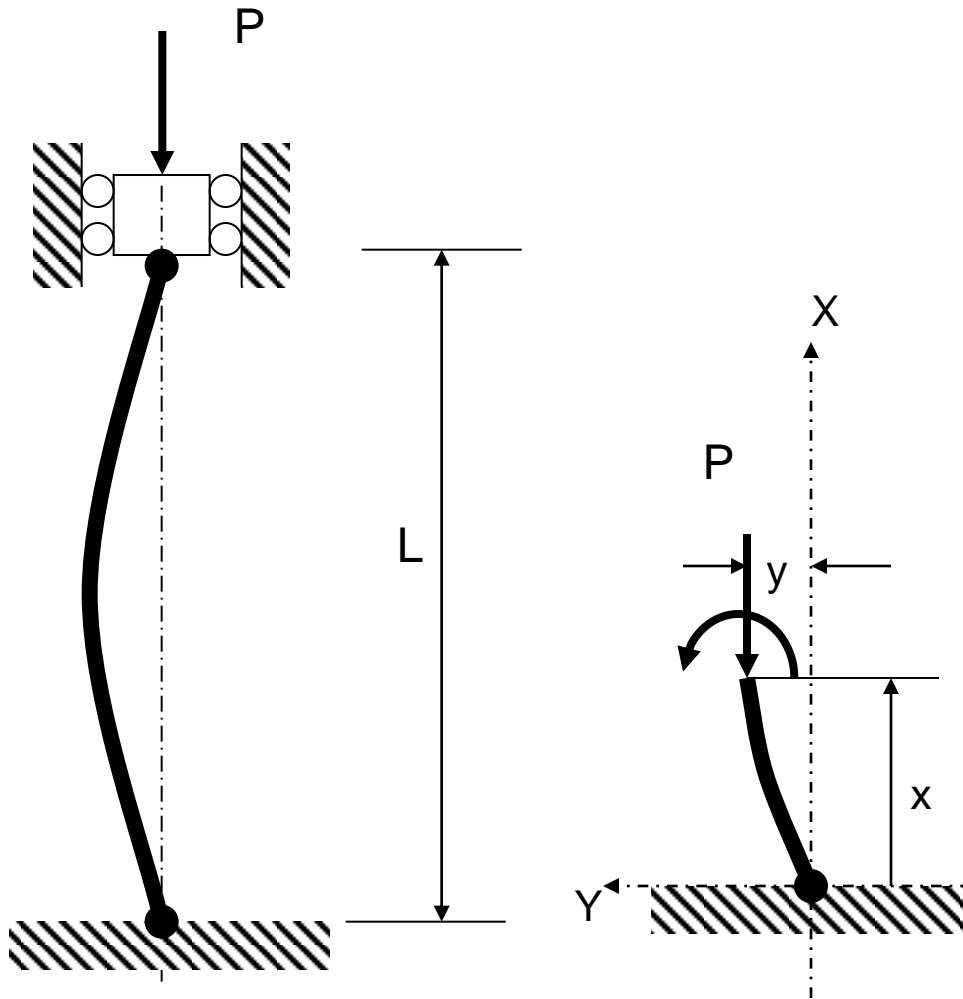
Torsor equivalente:

$$T_e = \sqrt{M^2 + T^2}$$

Momento equivalente:

$$M_e = \frac{1}{2} (M + T_e)$$

Columnas



$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M(x)$$

$$M(x) = -Py$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \left(\frac{P}{EI} \right) y = 0$$

Columnas

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \left(\frac{P}{EI} \right) y = 0$$

$$y = A \cos \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x \right) + B \operatorname{sen} \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x \right)$$

Condiciones de borde

$$x = 0 \quad y = 0 \quad 0 = A \cos \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} 0 \right) + B \operatorname{sen} \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} 0 \right) \quad A = 0$$

$$x = L \quad y = 0 \quad 0 = B \operatorname{sen} \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} L \right) \quad \sqrt{\frac{P}{EI}} L = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots, n\pi$$

$$\sqrt{\frac{P}{EI}} L = n\pi \quad n = 1$$

$$P_{\text{crit}} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

Columnas

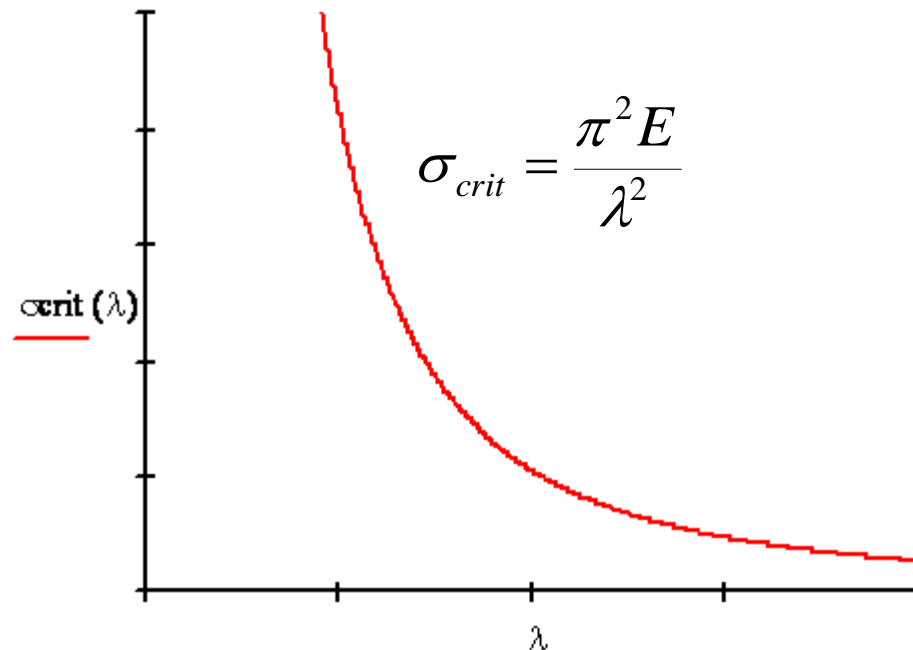
$$P_{crit} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

$I = Ak^2$ Radio de giro k

$\lambda = \frac{L}{k}$ Relación de Esbeltez

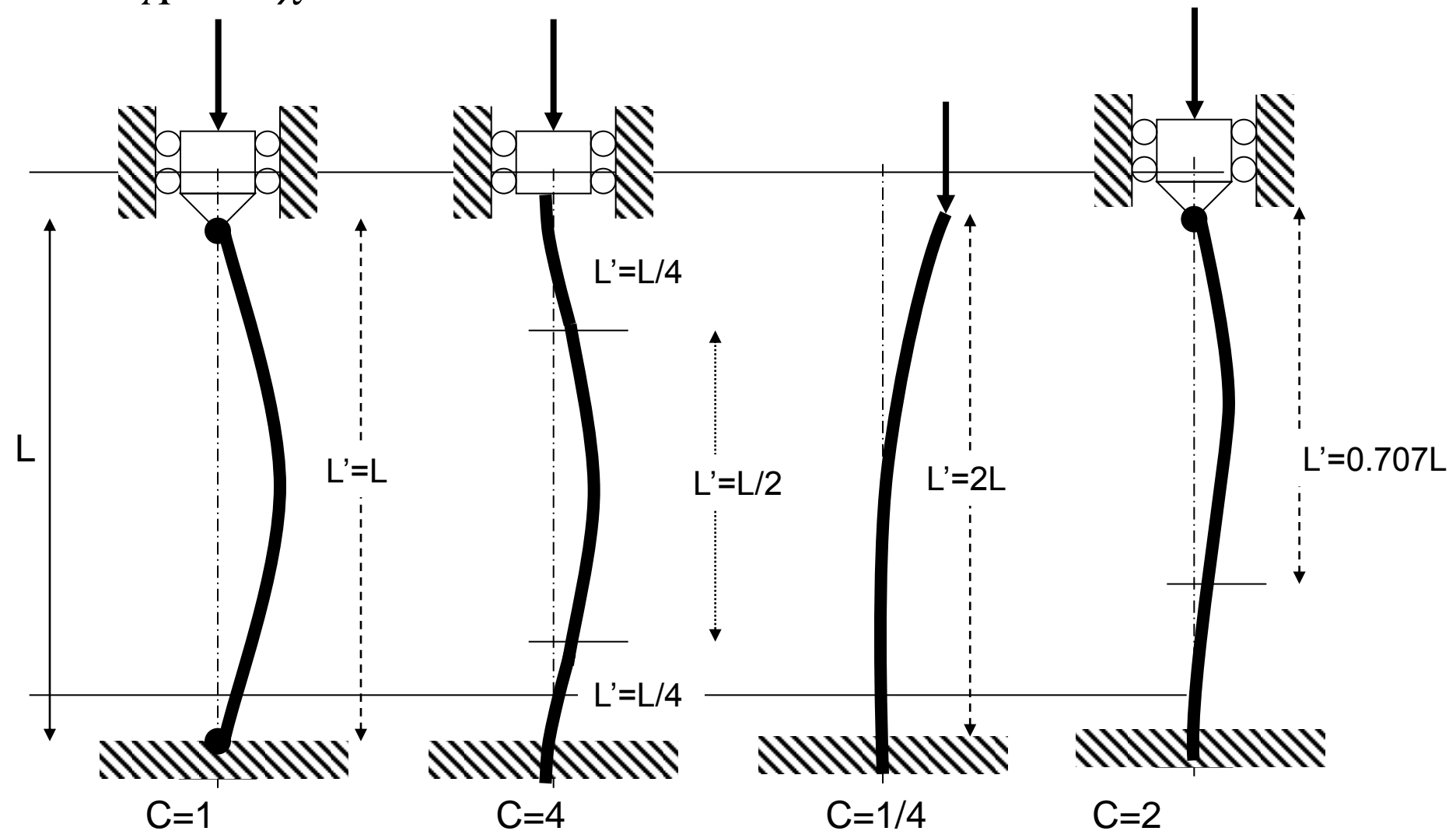
$$\frac{P_{Crit}}{A} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{L}{k}\right)^2}$$

$$\frac{P_{crit}}{A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

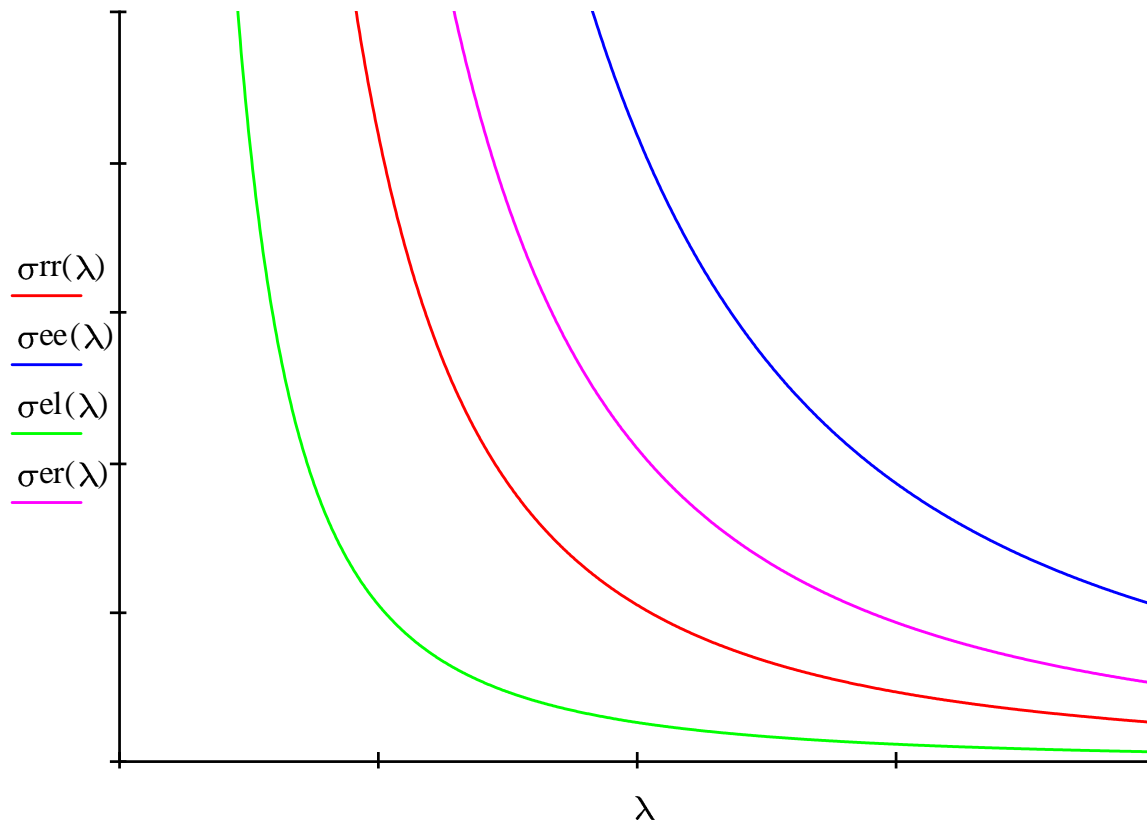


$$\frac{P_{crit}}{A} = \frac{C\pi^2 E}{\lambda^2}$$

Columnas-Euler

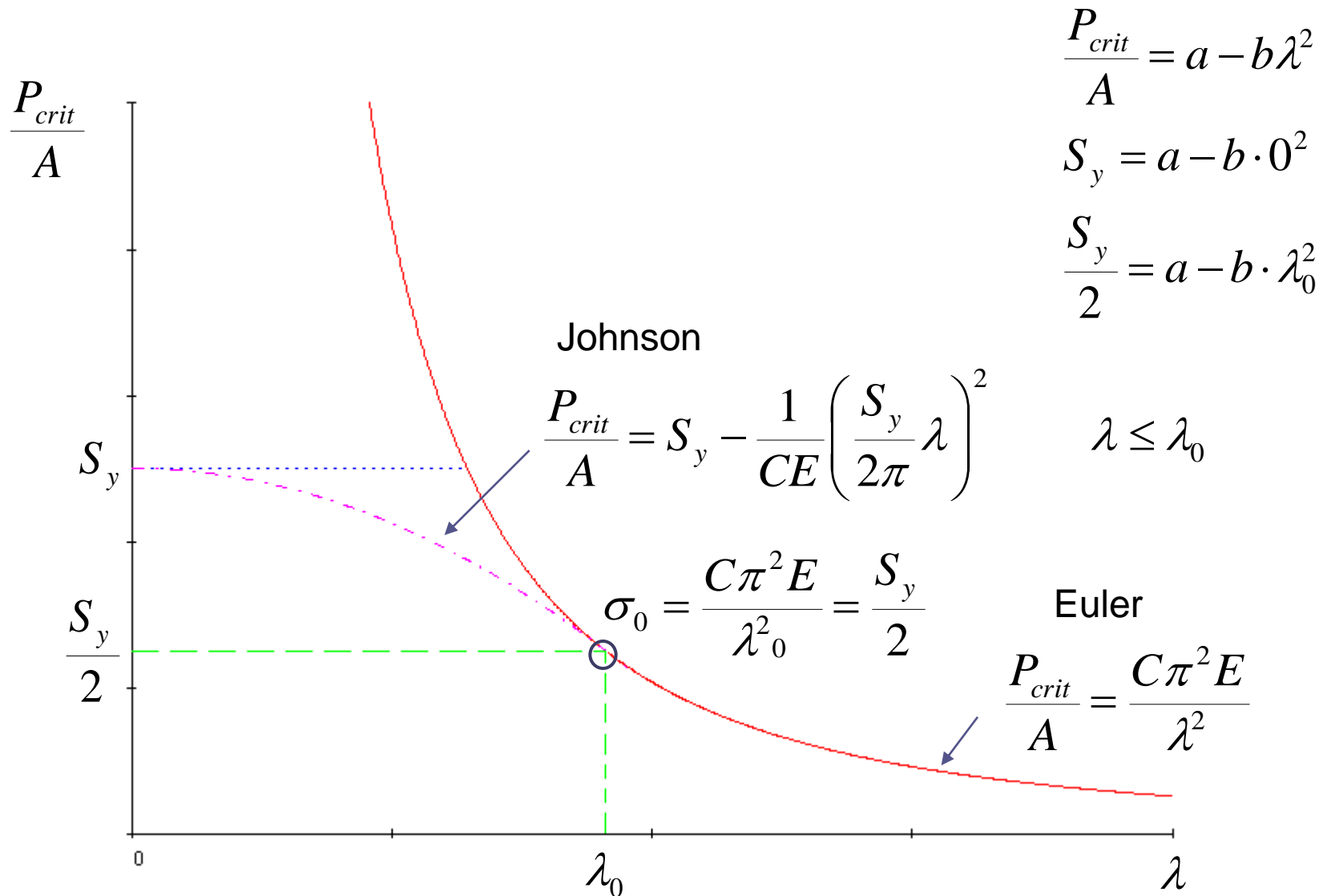


Columnas-Euler



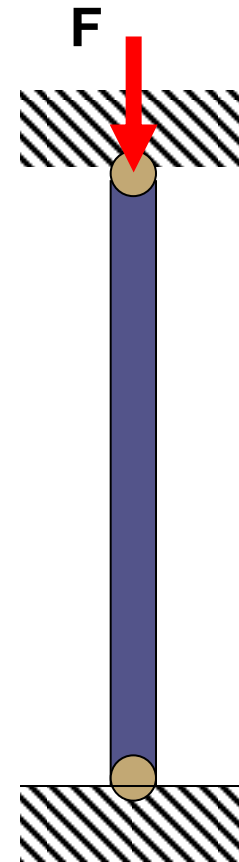
$$\frac{P_{crit}}{A} = \frac{C\pi^2 E}{\lambda^2}$$

Columnas-Intermedias (Johnson)

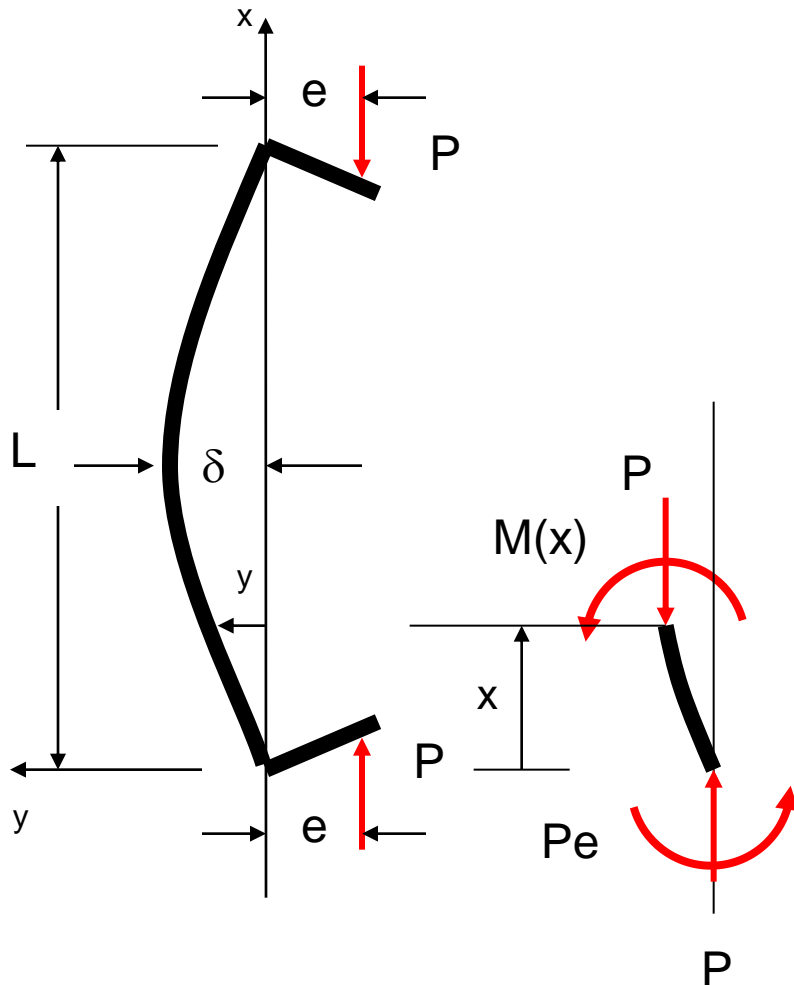


Ejemplo Columna:

Se tiene una columna de sección circular de 12cm de diámetro por 5 m de alto, en su parte superior se aplica una carga de 100000 N y se puede suponer que se encuentra en ambos extremos articulada. Si la columna esta hecha de hormigón, determine si es capaz de resistir dicha carga ($E=300000 \text{ kg/cm}^2$, $S_y= 210 \text{ kg/cm}^2$).



Columnas-Carga Excéntrica



$$\sum M_0 = M(x) + Pe + Py = 0 \quad EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M(x)$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{P}{EI} y = -\frac{Pe}{EI}$$

$$\delta = e \left[\sec \left(\frac{L}{2} \sqrt{\frac{P}{EI}} \right) - 1 \right]$$

$$M_{\max} = -P(e + \delta) = -Pe \sec \left(\frac{L}{2} \sqrt{\frac{P}{EI}} \right)$$

$$\sigma_c = \frac{P}{A} - \frac{Mc}{I}$$

$$\sigma_c = \frac{P}{A} \left[1 + \frac{ec}{k^2} \sec \left(\frac{L}{2k} \sqrt{\frac{P}{EA}} \right) \right]$$

$$\sigma_c = S_{yc} \frac{P}{A} = \frac{S_{yc}}{\left[1 + \frac{ec}{k^2} \sec \left(\frac{L}{2k} \sqrt{\frac{P}{EA}} \right) \right]}$$

Ejemplo Columna Carga Excéntrica:

Se tiene una columna que en su extremo superior se encuentra instalado un riel de puente grúa que tiene una capacidad de 20 Ton. La columna esta fabricada de acero con un perfil cuadrado de 200x200x5. Determine si dicha columna es capaz de resistir la carga impuesta si tiene una altura de 8 m

