

TAREA 3: Ecuaciones Diferenciales

Problema 3.1

Un sistema de péndulo simple posee 1 grado de libertad y su movimiento en el plano está completamente determinado por el ángulo θ medido con respecto a la vertical. La ecuación diferencial que gobierna el movimiento del péndulo bajo la acción de gravedad está dada por:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0 \quad \text{para} \quad \theta(t=0) = \theta_0 \quad \text{y} \quad \dot{\theta}(t=0) = \dot{\theta}_0$$

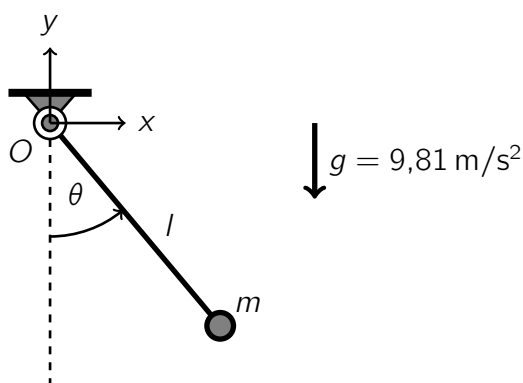


Figura 1: Péndulo simple.

Se pide:

- Escribir un programa en Matlab que permita resolver la ecuación diferencial que gobierna el movimiento del péndulo usando el método de Euler y el método del punto medio. El programa debe tener como parámetros de entrada la longitud l , la masa m , la posición inicial θ_0 , la velocidad inicial $\dot{\theta}$, el método de integración, el tiempo total de integración y el paso de tiempo.
- Compare los resultados obtenidos con los métodos programados para un tiempo total de 30 s y los siguiente pasos de tiempo:

h_1	h_2	h_3
0,001	0,01	0,1

Además, use las siguiente condiciones iniciales

$(\theta_0, \dot{\theta}_0)_1$	$(\theta_0, \dot{\theta}_0)_2$	$(\theta_0, \dot{\theta}_0)_3$
$(\pi/2, 0)$	$(\pi/6, 0)$	$(\pi/10, 0)$



- Se pide también obtener para los diferentes pasos de tiempo, métodos de integración y ángulos iniciales, las siguientes gráficas:
 - Ángulo θ en función del tiempo comparando para un mismo integrador diferentes pasos de tiempo.
 - Posición x en función del tiempo comparando para un mismo integrador diferentes pasos de tiempo.
 - Posición y en función del tiempo comparando para un mismo integrador diferentes pasos de tiempo.
 - La trayectoria del péndulo comparando diferentes integradores para un mismo pasos de tiempo.
 - Energía total (cinética y potencial) del péndulo en función del tiempo comparando diferentes integradores para un mismo pasos de tiempo.
- Compare los resultados numéricos obtenidos con la solución analítica aproximada dada por:

$$\theta(t) = \theta_0 \cos \sqrt{\frac{g}{l}} t$$

Use los diferentes integradores programados, dibuje el ángulo y la energía total en función del tiempo para los diferentes pasos de tiempo y condiciones iniciales.

En esta tarea se evaluará:

Informe Elaboración de un informe que deberá entregarse en formato electrónico (PDF) y también impreso.

Contenido Calidad del contenido, que debe incluir los supuestos teóricos utilizados, los métodos programados, las figuras explicativas, los comentarios de las figuras y los resultados obtenidos.

Código Incorporación en el informe del código Matlab debidamente comentado.