Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Mecánica

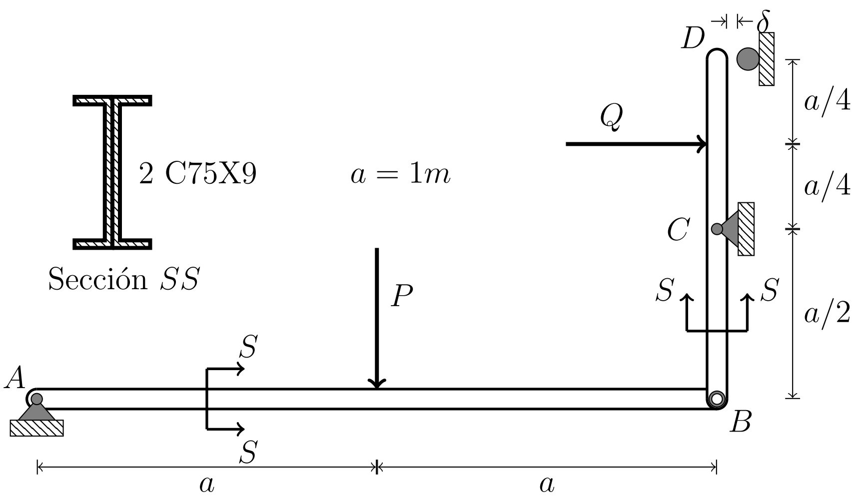
Apagar

Resistencia de Materiales

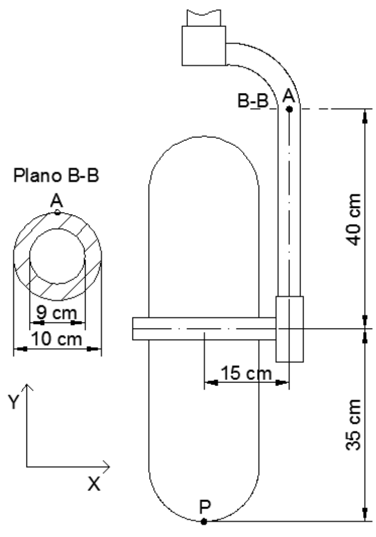
PRUEBA OPTATIVA DE REEMPLAZO (23 de Septiembre de 2015)

Apellidos *Nombres* **Tiempo: 120 min**

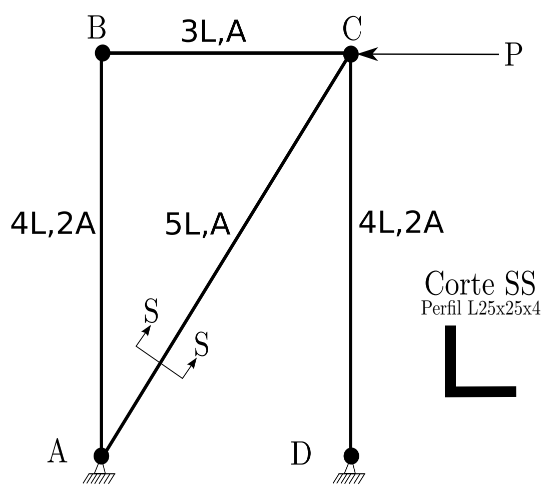
Problema 1.— (2.0 Pts) El ingeniero de diseño consideró mal una dimensión en el montaje de una estructura de acero ($E = 200$ GPa), por lo cual la viga en el punto D quedó separada una distancia $\delta = 0,1$ mm tal como se muestra en la figura. Toda la estructura está construida de la sección SS. Sabiendo que la carga es conocida $P = 3$ kN y considerando solo las deformaciones por flexión calcule:
(a - 0.3 pts) Las reacciones, momento flector máximo, deflexión máxima, el esfuerzo de Navier máximo y el esfuerzo cortante máximo de la viga AB. Considere $Q = 0$.
(b - 0.5 pts) La fuerza Q necesaria para eliminar la separación δ y las nuevas reacciones de la estructura.
(c - 0.5 pts) Las reacciones de toda la estructura si después de eliminar la separación δ el valor de la carga es $Q = 3,5$ kN.
(d - 0.4 pts) Los diagramas de momento flector y fuerza cortante de la condición c de toda la estructura.
(e - 0.3 pts) El esfuerzo de Navier máximo y el esfuerzo cortante máximo que se produce en la viga BD de la condición c.

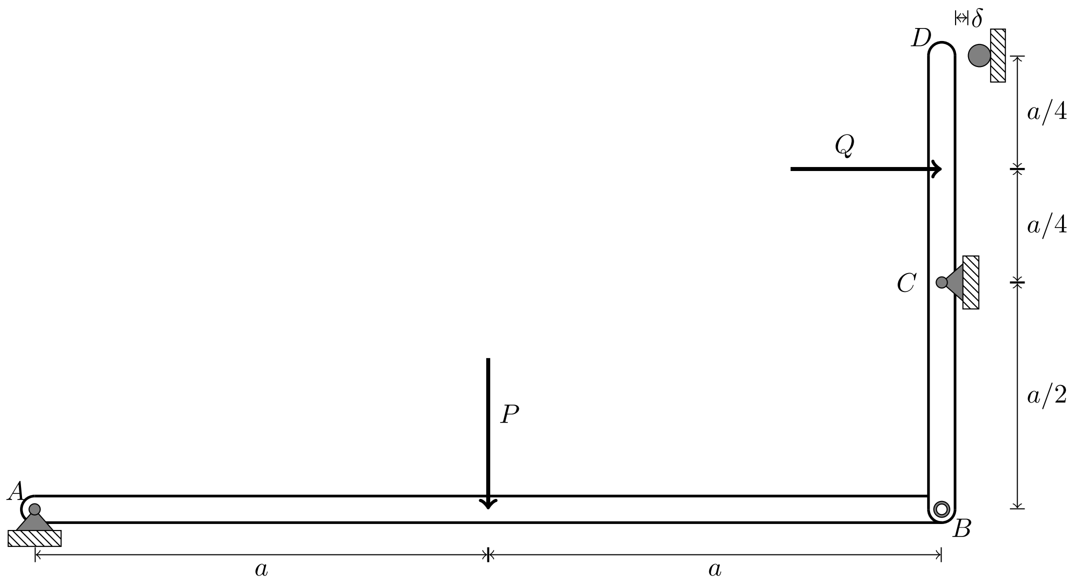


Problema 2.— (2.0 Pts) Se tiene una rueda de avión sometida a una carga de 5000 N en el punto P. Dicha carga está aplicada de forma perpendicular al plano xy (hacia afuera de la hoja), ver figura al dorso. Se necesita analizar el punto A de la horquilla, el cual se encuentra en el plano B-B, ver figura. Para este punto, determinar:
(a - 1.2 pts) Círculo de Mohr, indicando los esfuerzos principales y el cortante máximo.
(b - 0.8 pts) En cuanto debe aumentar la carga aplicada en el punto P para que el menor esfuerzo principal del punto A sea de -150 MPa.



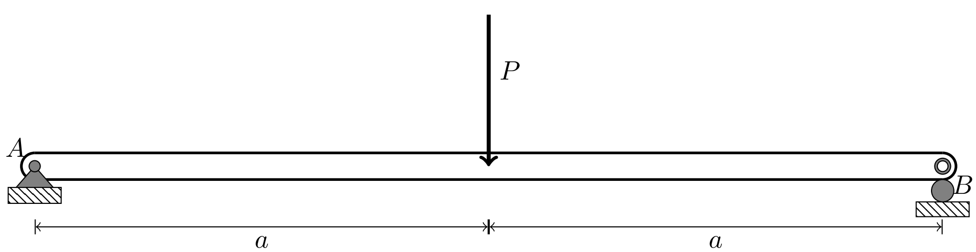
Problema 3.— (2.0 Pts) Se tiene una estructura de acero ($E = 200\,\mathrm{GPa}$, $\sigma_y = 400$ MPa) articulada en A y D (A y D están al mismo nivel). Se aplica en C una carga P horizontal la que provoca un desplazamiento de 1 mm en el mismo sentido de la carga, tal como se muestra en la figura, donde $L = 150\,\mathrm{mm}$, $A = 184\,\mathrm{mm}^2$ y el perfil de la columna AC es L25x25x4. Se pide usando el método de Castigliano:
(a - 2 pts) Determinar la carga P aplicada a la estructura, la carga (F_{AC}) y el factor de seguridad (FS) de la columna AC articulada -articulada. El largo y sección de los eslabones se muestra en la figura.





Pregunta a)

Como se desprecian las deformaciones normales, el problema se puede descomponer en 2 vigas separadas, la primera:



Que según tablas de problemas isostáticos tiene la siguiente solución

$$\boxed{R_a = R_{by} = \frac{P}{2} = \frac{3kN}{2} = 1,5kN}$$

$$\boxed{M_{max} = \frac{PL}{4} = \frac{3kN \cdot 2m}{4} = 1,5kN \cdot m}$$

$$\boxed{y_{max} = \frac{1}{48}\frac{PL^3}{EI} = \frac{1}{48}\frac{3kN \cdot (2m)^3}{200GPa \cdot 1,7 \cdot 10^6 mm^4} = 1,47mm}$$

El esfuerzo máximo es:

$$\boxed{\sigma = \frac{My}{I} = \frac{1,5kN \cdot m \cdot 38mm}{1,7 \cdot 10^6 mm^4} = 33,529MPa}$$

Para los esfuerzos de corte se debe calcular el momento estático Q, según las tablas de perfiles se tiene la siguiente información.

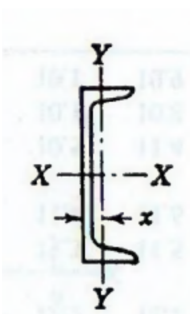


TABLA B-4. Perfiles C (canales), americanos (unidades SI)

				Ala (o patín)			Eje X–X			Eje Y–Y			
Denominación	Masa (aprox.) (kg/m)	Área transversal (mm²)	Altura (mm)	Ancho (mm)	Espesor (mm)	Espesor de alma (mm)	I (10^6 mm⁴)	$S = \frac{I}{c}$ (10^3 mm³)	$r = \sqrt{I/A}$ (mm)	I (10^6 mm⁴)	$S = \frac{I}{c}$ (10^3 mm³)	$r = \sqrt{I/A}$ (mm)	x (mm)
C75 × 9	8.8	1 120	76	40	6.9	9.0	0.85	22.3	27.4	0.123	4.31	10.5	11.4

Entonces el área del patín es:

$$A_p = 6,9 \cdot 40 = 276mm^2$$

El área del alma es:

$$A_a = 9,0(76 - 2 \cdot 6,9) = 559,8mm^2$$

Por lo que el momento estático respecto de la linea neutra queda:

$$Q^* = Q_a + Q_p = \frac{1}{2}\bar{y_a}A_a + \bar{y_p}A_p = \frac{1}{4}(76 - 2 \cdot 6,9) \cdot \frac{1}{2}A_a + \left(\frac{1}{2}76 - \frac{1}{2}6,9\right)A_p$$

$$Q^* = Q_a + Q_p = 62,2 \cdot 279,97 + 34,55 \cdot 276 = 26.945,85mm^3$$

Como son dos perfiles C75x9 el momento estático final es:

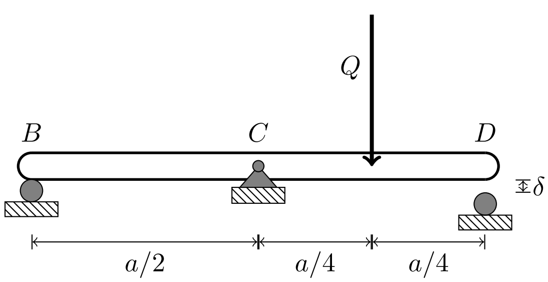
$$Q = 2Q^2 = 53.891,16mm^3$$

En la viga AB el cortante máximo es $V_{max} = 1,5kN$ y el largo soportante del cortante $b = 18mm$, entonces el esfuerzo cortante es:

$$\boxed{\tau_{AB} = \frac{VQ}{Ib} = \frac{1,5 \times 10^3 \cdot 53.891,16}{1,7 \times 10^6 \cdot 18} = 2,64MPa}$$

Pregunta b)

La segunda viga queda como sigue:



Por lo cual antes de tocar el apoyo D se puede resolver de forma isostática:

$$\sum F_x : R_{bx} + R_c - Q + R_d = 0 \tag{1}$$

$$\sum M_b : \frac{a}{2}R_c - \frac{3a}{4}Q + aR_d = 0 \tag{2}$$

Con los datos del problema podemos escribir la función del cortante y momento

$$V(x) = R_{bx} + R_c < x - a/2 >^0 - Q < x - 3a/4 >^0$$

$$M(x) = R_{bx}x + R_c < x - a/2 > -Q < x - 3a/4 >$$

Ahora por doble integración se obtiene la ecuación de la elástica

$$IE\theta(x) = \frac{R_{bx}}{2}x^2 + \frac{R_c}{2} < x - a/2 >^2 - \frac{Q}{2} < x - 3a/4 >^2 + C1$$
$$IEy(x) = \frac{R_{bx}}{6}x^3 + \frac{R_c}{6} < x - a/2 >^3 - \frac{Q}{6} < x - 3a/4 >^3 + C1x + C2 \quad (3)$$

Se sabe que para $x = 0$ $y = 0$, por lo cual

$$y(0) = C2 = 0$$

Se tiene otra condición para el punto c

$$y(a/2) = 0 = \frac{R_{bx}}{48}a^3 + \frac{C1}{2}a$$

Por lo tanto

$$C1 = -\frac{R_{bx}}{24}a^2$$

La última condición necesaria es:

$$y(a) = \delta = \frac{\frac{R_{bx}}{6}a^3 + \frac{R_c}{48}a^3 - \frac{Q}{384}a^3 - \frac{R_{bx}}{24}a^3}{IE} \quad (4)$$

Imponiendo la fuerza $D = 0$ se puede obtener la fuerza necesaria Q para logar realizar el montaje. Las resultantes para el montaje es:

$$R_{bx} = -0,5kN$$
$$R_{cx} = 1,5kN$$
$$\boxed{Q = 1,0kN}$$

Pregunta c)

Imponiendo una carga $Q = 3.5kN$, dejando la fuerza D como incógnita y resolviendo las ecuaciones (1),(2),(3) y (4) se logra obtener las reacciones en los apoyos

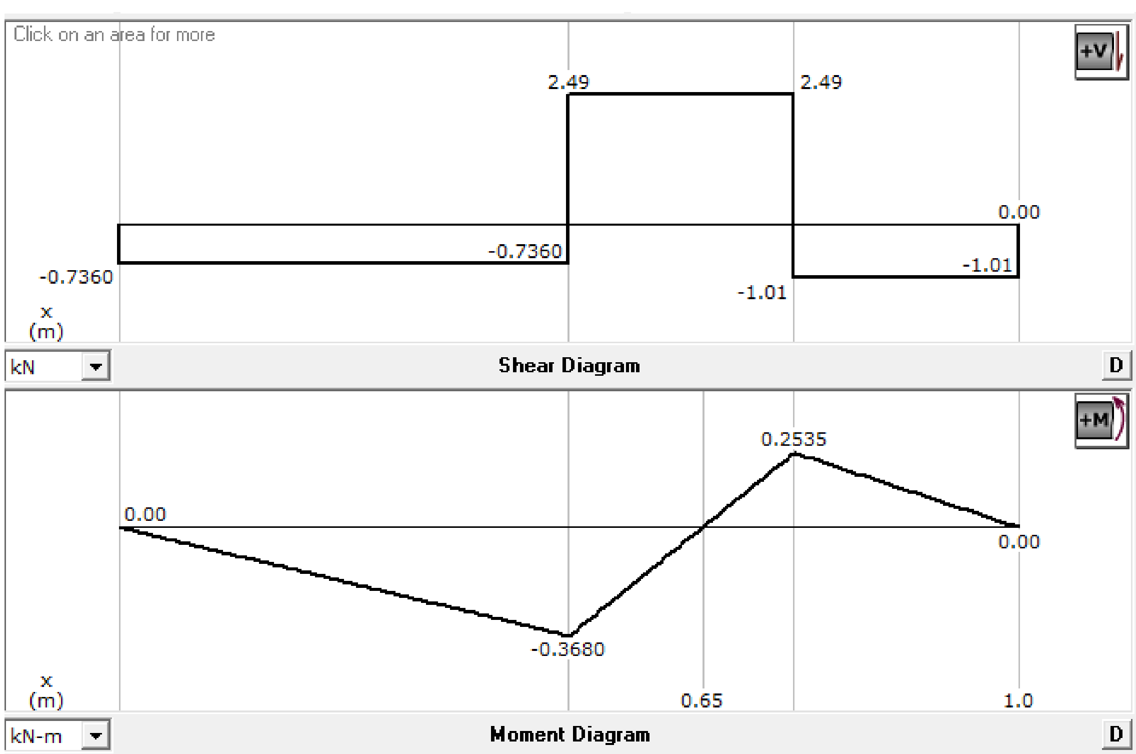
$$\boxed{R_{bx} = -0,736kN}$$

$$\boxed{R_{cx} = 3,222kN}$$

$$\boxed{R_{dx} = 1,014kN}$$

Pregunta d)

Calculando los diagramas de cortante y momento flector se obtiene lo siguiente:



Pregunta e)

Teniendo en cuenta el máximo momento se calcula el esfuerzo máximo normal en la viga y se obtiene que es:

$$\boxed{\sigma = \frac{My}{I} = \frac{0,368kN \cdot m \cdot 38mm}{1,7 \cdot 10^6 mm^4} = 8,226MPa}$$

Como la sección es la misma el momento estático es igual por lo que el esfuerzo cortante queda como sigue:

$$\boxed{\tau_{BD} = \frac{V_{max}Q}{Ib} = \frac{2,49 \times 10^3 \cdot 53.891,16}{1,7 \times 10^6 \cdot 18} = 4,385MPa}$$