UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

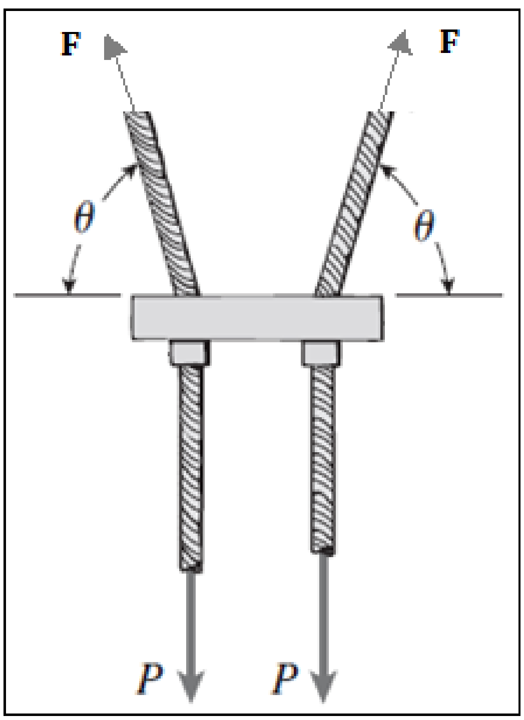
Resistencia de Materiales I 15006

Pauta Control 1 (01 de Octubre de 2012)

Problema 1

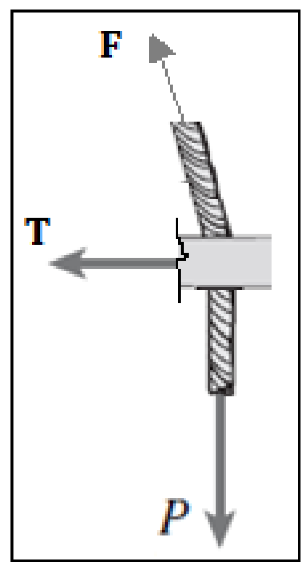
El Diagrama de cuerpo libre del cable con la abrazadera corresponde a:

DCL

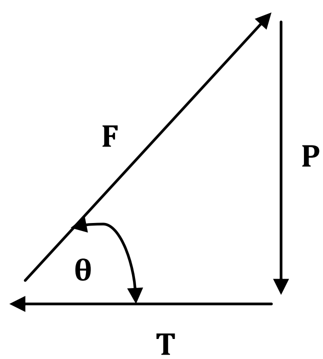


Donde: **F=** fuerza de tensión en el cable sobre la abrazadera
P= fuerza de tensión en el cable bajo la abrazadera

Analizando la fuerza de tensión **T** en la abrazadera se tiene:



Así realizando el triangulo de fuerzas se tiene:



Luego la fuerza de tensión T equivale a: $\cot\theta = \frac{T}{P} \rightarrow T = P\cot\theta$

Finalmente dado el esfuerzo de tensión admisible σ_{adm} se tiene que el área transversal mínima requerida en la abrazadera corresponde a:

$$(\mathbf{1.})\ \sigma_{adm} = \frac{T}{A_{mín}} = \frac{P\cot\theta}{A_{mín}} \rightarrow \mathbf{A_{mín}} = \frac{\mathbf{P\cot\theta}}{\boldsymbol{\sigma_{adm}}}$$

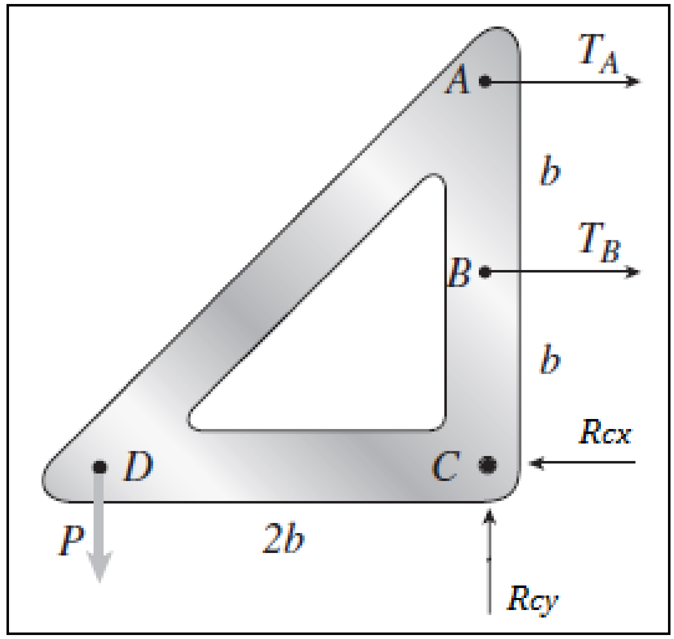
Reemplazando los datos numéricos de la parte 2, se tiene que el área mínima es:

$$(\mathbf{2.})\ A_{mín} = \frac{P\cot\theta}{\sigma_{adm}} \rightarrow A_{mín} = \frac{130\cdot 10^3 \cdot \cot 75° \ \ [N]}{80\ [\frac{N}{mm^2}]} \rightarrow \ \mathbf{A_{mín} = 435,417\ mm^2}$$

Problema 2

Datos: EA =120 klb
$\alpha = 12{,}5 \times 10^{-6}/°F$
P = 500 lb

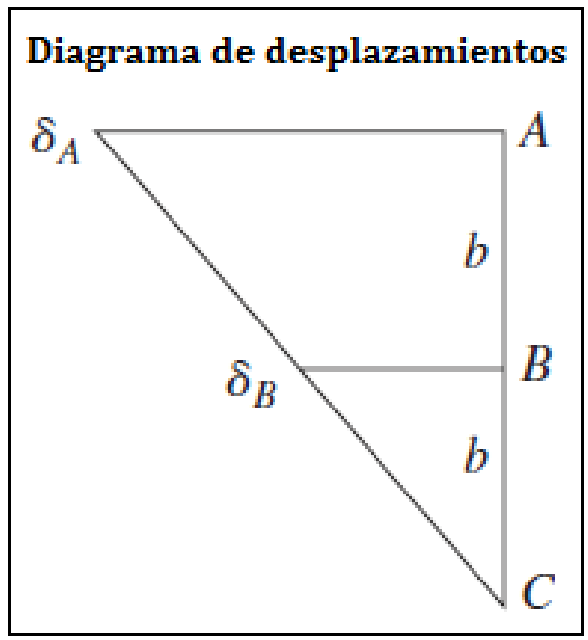
El Diagrama de cuerpo libre del marco rígido triangular corresponde a:



Al realizar sumatoria de momento en el punto C se tiene:

$$\sum M_C = 0 \rightarrow P \cdot 2b = T_A \cdot 2b + T_B \cdot b \ (\mathbf{ec. 1})$$

Como el marco se considera rígido y los alambres son idénticos se tiene que la relación de sus deformaciones es la siguiente (observar diagrama de desplazamientos):



$$\delta_A = 2\delta_B \rightarrow \frac{T_A L}{EA} = 2\frac{T_B L}{EA} \rightarrow T_A = 2T_B \ (\mathbf{ec. 2})$$

Al resolver las ecuaciones 1 y 2 se obtiene las fuerzas de tensión T_A y T_B en los alambres de A y B, respectivamente:

$$(\mathbf{1.})\ \mathbf{T_A = 400\ lb}$$
$$\mathbf{T_B = 200\ lb}$$

Si se incrementa la temperatura a 180°F mientras actúa la carga P los alambres se deformaran debido a la carga y se dilatan debido al aumento de temperatura, la nueva deformación que experimentan es la siguiente:

$$\delta_A = \frac{T_A L}{EA} + \alpha(\Delta T)L \ (\text{ec. 3})$$

$$\delta_B = \frac{T_B L}{EA} + \alpha(\Delta T)L \ (\text{ec. 4})$$

Dado que se tiene que la relación de las deformaciones es $\delta_A = 2\delta_B$, las ecuaciones 3 y 4 resultan:

$$\frac{T_A L}{EA} + \alpha(\Delta T)L = 2\frac{T_B L}{EA} + 2\alpha(\Delta T)L \rightarrow T_A - 2T_B = EA\alpha(\Delta T)(\mathbf{ec. 5})$$

Al resolver las ecuaciones 1 y 5 se tienen las fuerzas T_A y T_B mientras actúa la fuerza P y se eleva la temperatura:

$$(\mathbf{2.})\ \mathbf{T_A = 454\ lb}$$
$$\mathbf{T_B = 92\ lb}$$

Si se analiza el caso en que el alambre B se suelta se tiene que $T_B = 0$, así las ecuaciones 1 y 5 resultan:

$$P = T_A$$

$$T_A = EA\alpha(\Delta T) \rightarrow \Delta T = \frac{P}{EA\alpha}$$

Así se logra determinar la variación de la temperatura que hará que el alambre en B se suelte, al reemplazar los datos se tiene:

$$\Delta T = \frac{P}{EA\alpha} \rightarrow \Delta T = \frac{500\ [lb]}{120 \cdot 10^3 \cdot 12{,}5 \cdot 10^{-6}\ \ [lb/°F]} \rightarrow \Delta T = 333{,}333\ °F$$

Finalmente se tiene que el aumento adicional de la temperatura hará que el alambre en B se suelte corresponde a:

$$\Delta T = 333{,}333\ °F - 180°F \rightarrow (\mathbf{3.})\ \ \mathbf{\Delta T = 153,333°F}$$