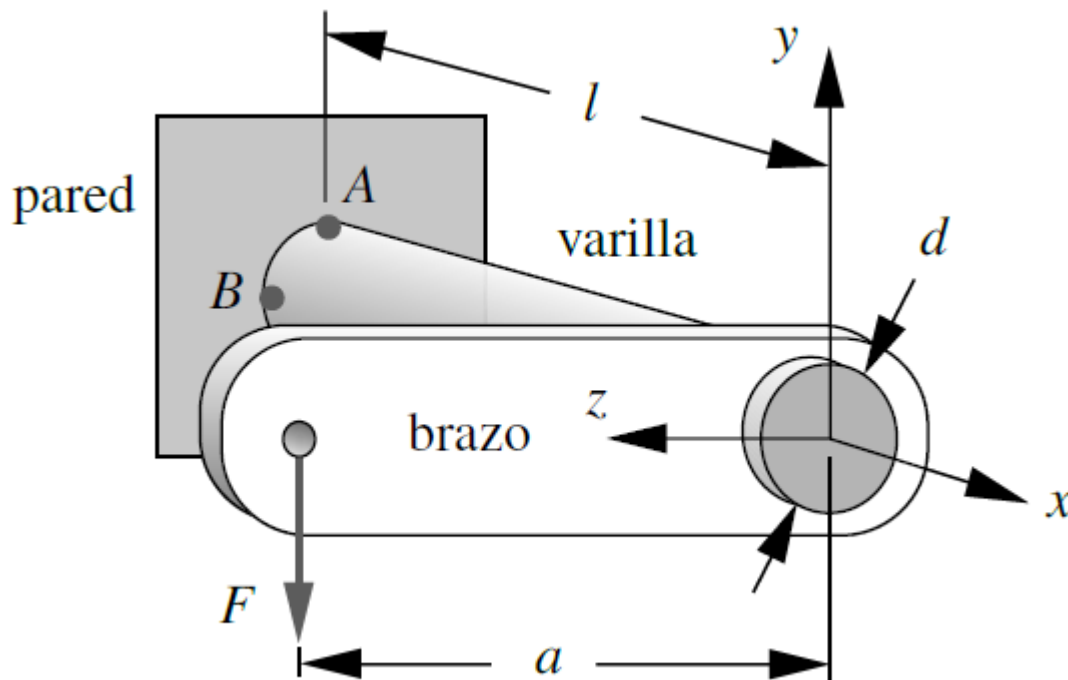


FALLAS CARGA ESTÁTICA

EJEMPLO MATERIAL DÚCTIL

Determine los factores de seguridad de la varilla de soporte mostrada en la figura, con base tanto en la teoría de la energía de distorsión como en la teoría de cortante máximo, y compárelos.



Aluminio 2024-T4 con una resistencia a la fluencia de 47 000 psi.

La longitud de la varilla es $l = 6$ in y la del brazo $a = 8$ in.

El diámetro exterior de la varilla es $d = 1.5$ in.

La carga $F = 1\ 000$ lb.

Suposiciones: La carga es estática y el montaje está a temperatura ambiente. Considere el cortante debido a la carga transversal, así como otros esfuerzos.

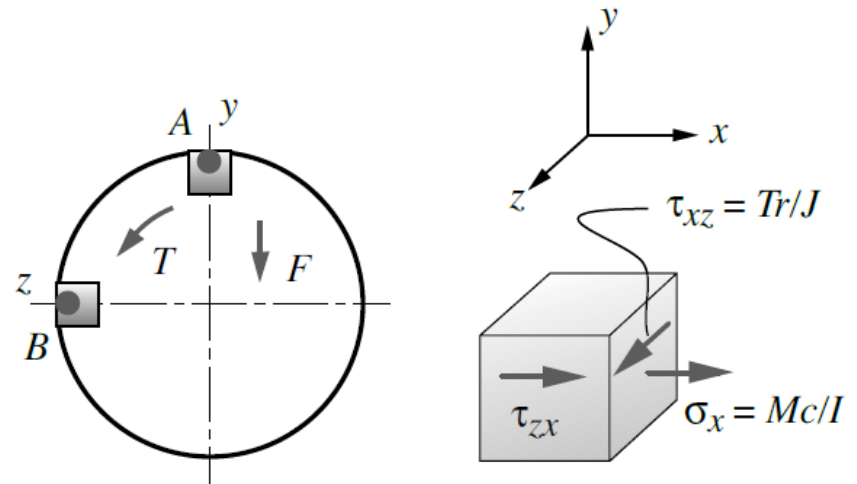
FALLAS CARGA ESTÁTICA

EJEMPLO MATERIAL DÚCTIL

La varilla está cargada tanto a la flexión como a la torsión.

El mayor esfuerzo de **tensión por flexión** se encuentra en la fibra externa superior en el **punto A**.

El mayor esfuerzo **cortante por torsión** se encuentra alrededor de la circunferencia exterior de la varilla.



(a) Dos puntos de interés para el cálculo de esfuerzo

(b) Elemento de esfuerzo en el punto A

Obs: El esfuerzo de cortante debido a flexión es cero en el punto A y máximo en el punto B.

FALLAS CARGA ESTÁTICA

EJEMPLO MATERIAL DÚCTIL

En el punto A se obtiene el esfuerzo normal por flexión y el esfuerzo cortante debido a torsión.

$$\sigma_x = \frac{Mc}{I} = \frac{(Fl)c}{I} = \frac{1\,000(6)(0.75)}{0.249} = 18\,108 \text{ psi}$$

$$\tau_{xz} = \frac{Tr}{J} = \frac{(Fa)r}{J} = \frac{1\,000(8)(0.75)}{0.497} = 12\,072 \text{ psi}$$

EJEMPLO MATERIAL DÚCTIL

A partir de la combinaciones de esfuerzos (normal y cortante) para el punto A, se obtienen los esfuerzos máximos de cortante y los esfuerzos principales (Circulo de Mohr).

$$\tau_{m\acute{a}x} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} = \sqrt{\left(\frac{18\,108 - 0}{2}\right)^2 + 12\,072^2} = 15\,090 \text{ psi}$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} + \tau_{m\acute{a}x} = \frac{18\,108}{2} + 15\,090 = 24\,144 \text{ psi}$$

$$\sigma_2 = 0$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} - \tau_{m\acute{a}x} = \frac{18\,108}{2} - 15\,090 = -6\,036 \text{ psi}$$

EJEMPLO MATERIAL DÚCTIL

A partir de los esfuerzos principales se obtiene el esfuerzo de Von Mises.

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_3 + \sigma_3^2}$$

$$\sigma' = \sqrt{24\,144^2 - 24\,144(-6\,036) + (-6\,036)^2} = 27\,661 \text{ psi}$$

Usando la teoría de la energía de distorsión (ED) se obtienen el siguiente factor de seguridad:

$$N = \frac{S_y}{\sigma'} = \frac{47\,000}{27\,661} = 1.7$$

Usando la teoría del cortante máximo (CM) se obtienen el siguiente seguridad:

$$N = \frac{0.50 S_y}{\tau_{m\acute{a}x}} = \frac{0.50(47\,000)}{15\,090} = 1.6$$

La comparación de estos dos resultados muestra la naturaleza más conservadora de la teoría del esfuerzo cortante máximo, la cual da un factor de seguridad ligeramente menor

FALLAS CARGA ESTÁTICA

EJEMPLO MATERIAL DÚCTIL

Como la varilla es una viga corta, es necesario verificar el cortante debido a la carga transversal en el **punto B** sobre el eje neutro.

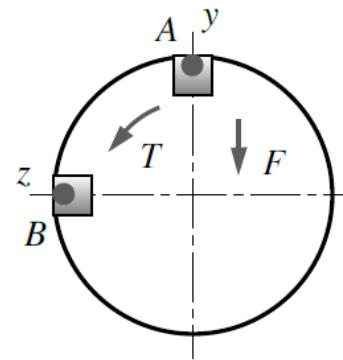
El esfuerzo cortante transversal máximo, en el eje neutro de una varilla redonda, está dado por

$$\tau_{flexión} = \frac{4V}{3A} = \frac{4(1\ 000)}{3(1.767)} = 755 \text{ psi}$$

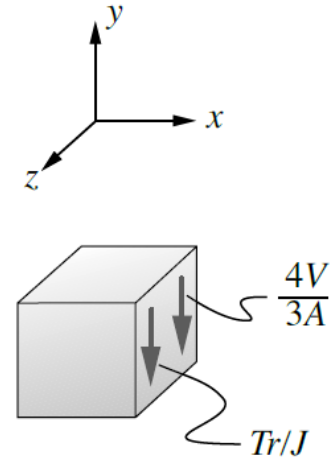
El esfuerzo cortante total en el punto B es la suma del esfuerzo cortante transversal y el esfuerzo cortante por torsión.

$$\tau_{máx} = \tau_{torsión} + \tau_{flexión} = 12\ 072 + 755 = 12\ 827 \text{ psi}$$

Obs: El esfuerzo de cortante debido a flexión es cero en el punto A y máximo en el punto B.



(a) Dos puntos de interés para el cálculo de esfuerzo



(c) Elemento de esfuerzo en el punto B

El punto B está en cortante puro.

EJEMPLO MATERIAL DÚCTIL

El esfuerzo cortante total en el punto B es la suma del esfuerzo **cortante transversal por flexión** y el esfuerzo **cortante por torsión**.

$$\tau_{m\acute{a}x} = \tau_{torsión} + \tau_{flexión} = 12\ 072 + 755 = 12\ 827 \text{ psi}$$

Para el **punto B** podemos calcular entonces los factores de seguridad usando ambas teorías (ED y CM).

El factor de seguridad usando la teoría de la Energía de Distorsión (ED) para cortante puro es:

$$N = \frac{S_{ys}}{\tau_{m\acute{a}x}} = \frac{0.577 S_y}{\tau_{m\acute{a}x}} = \frac{0.577(47\ 000)}{12\ 827} = 2.1$$

El factor de seguridad usando la teoría de Cortante Máximo (CM) para cortante puro es:

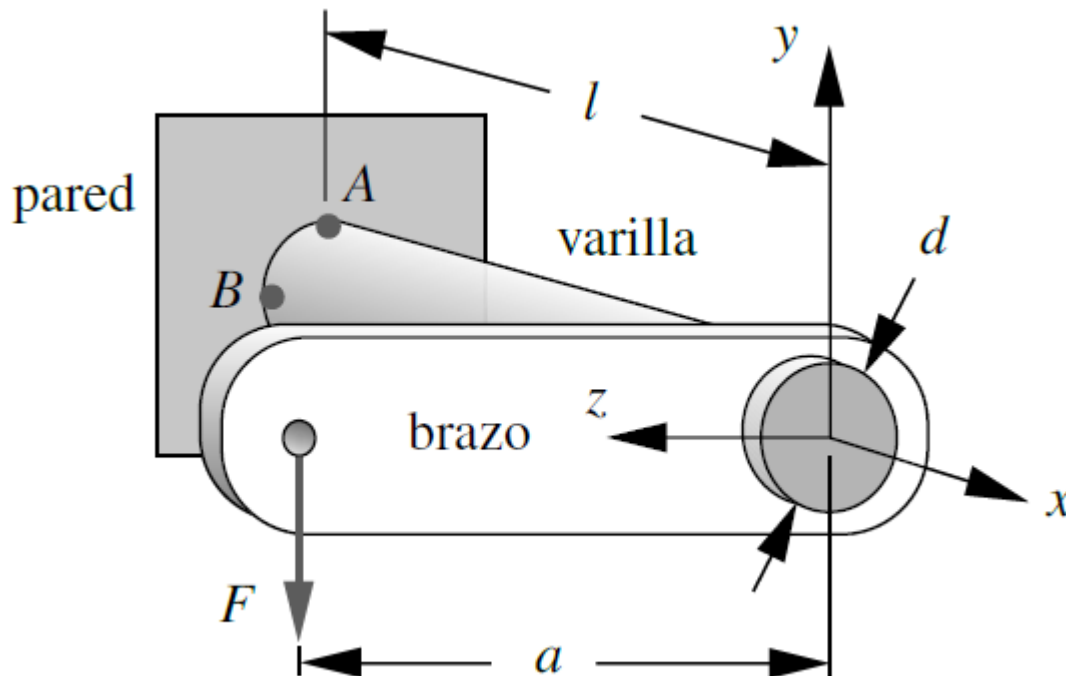
$$N = \frac{S_{ys}}{\tau_{m\acute{a}x}} = \frac{0.50 S_y}{\tau_{m\acute{a}x}} = \frac{0.50(47\ 000)}{12\ 827} = 1.8$$

Obs: El esfuerzo de cortante debido a flexión es cero en el punto A y máximo en el punto B.

FALLAS CARGA ESTÁTICA

EJEMPLO MATERIAL FRÁGIL

Determine los factores de seguridad de la varilla de soporte mostrada en la figura con base en la teoría de Mohr Modificada (MM).



El material es fundición de hierro gris clase 50 con $S_{ut} = 52\,500$ psi y $S_{uc} = -164\,000$ psi.

La longitud de la varilla es $l = 6$ in y la del brazo $a = 8$ in.

El diámetro exterior de la varilla es $d = 1.5$ in.

La carga $F = 1\,000$ lb.

Suposiciones: La carga es estática y el montaje está a temperatura ambiente. Considere el cortante debido a la carga transversal, así como otros esfuerzos.

FALLAS CARGA ESTÁTICA

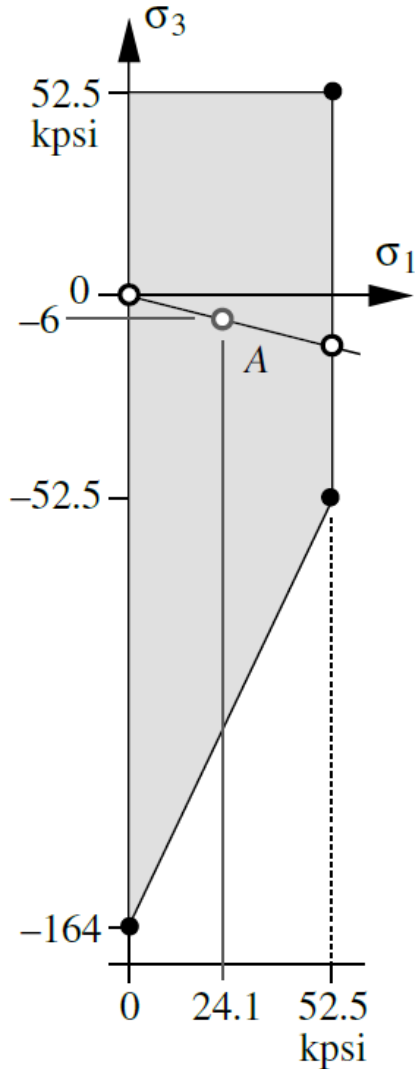
EJEMPLO MATERIAL DÚCTIL

Usando Mohr modificada

$$\sigma_A = \frac{S_{ut}}{n} \quad \sigma_A \geq \sigma_B \geq 0$$

$$\sigma_A \geq 0 \geq \sigma_B \quad y \quad \left| \frac{\sigma_B}{\sigma_A} \right| \leq 1$$

$$N = \frac{S_{ut}}{\sigma_1} = \frac{52\,400}{24\,144} = 2.2$$

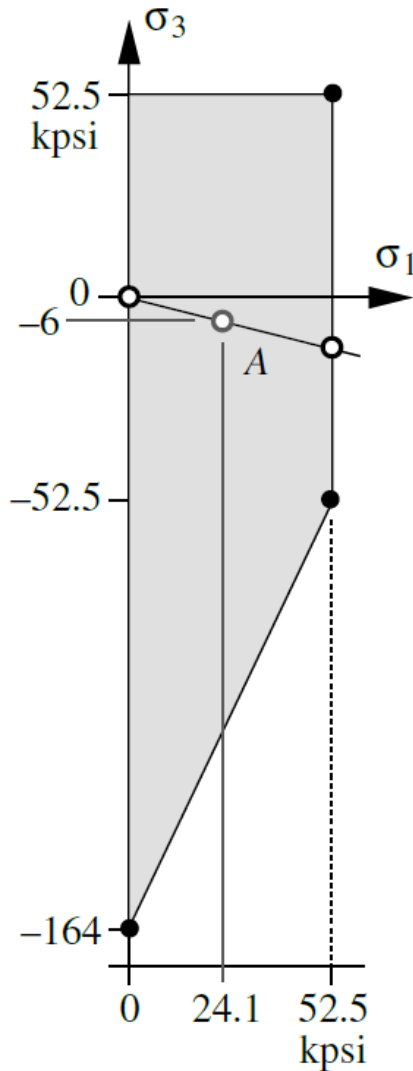


(a) Esfuerzos en el punto A

FALLAS CARGA ESTÁTICA

EJEMPLO MATERIAL DÚCTIL

Usando Factores de Dowling



$$C_1 = \frac{1}{2} \left[|\sigma_1 - \sigma_2| + \frac{2S_{ut} - |S_{uc}|}{-|S_{uc}|} (\sigma_1 + \sigma_2) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[|24\,144 - 0| + \frac{2(52\,500) - 164\,000}{-164\,000} (24\,144 + 0) \right] = 16\,415 \text{ psi}$$

$$C_2 = \frac{1}{2} \left[|\sigma_2 - \sigma_3| + \frac{2S_{ut} - |S_{uc}|}{-|S_{uc}|} (\sigma_2 + \sigma_3) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[|0 - (-6\,036)| + \frac{2(52\,500) - 164\,000}{-164\,000} (0 - 6\,036) \right] = 1\,932 \text{ psi}$$

$$C_3 = \frac{1}{2} \left[|\sigma_3 - \sigma_1| + \frac{2S_{ut} - |S_{uc}|}{-|S_{uc}|} (\sigma_3 + \sigma_1) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[|24\,144 - (-6\,036)| + \frac{2(52\,500) - 164\,000}{-164\,000} (24\,144 - 6\,036) \right] = 18\,348$$

$$\tilde{\sigma} = \text{MÁX}(16\,415, 1\,932, 18\,348, 24\,144, 0, -6\,036) = 24\,144$$

$$N = \frac{S_{ut}}{\tilde{\sigma}} = \frac{52\,500}{24\,144} = 2.2$$

(a) Esfuerzos en el punto A



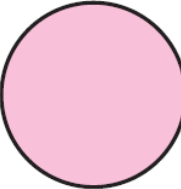
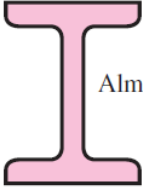
FALLAS CARGA ESTÁTICA

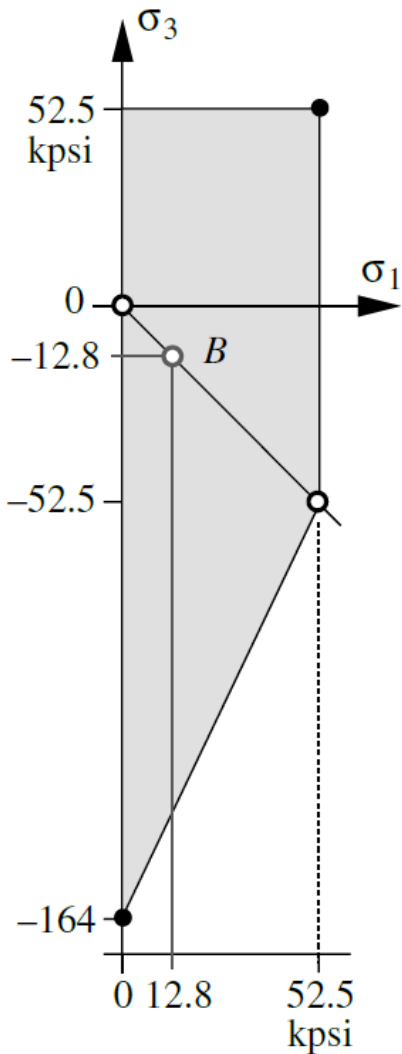
EJEMPLO MATERIAL DÚCTIL

Puesto que el punto B está en cortante puro, el esfuerzo cortante transversal máximo se produce en el eje neutro de una varilla sólida redonda, que se obtiene como:

$$\tau_{flexión} = \frac{4V}{3A} = \frac{4(1\,000)}{1.767} = 755 \text{ psi}$$

Fórmulas del esfuerzo cortante máximo debido a flexión

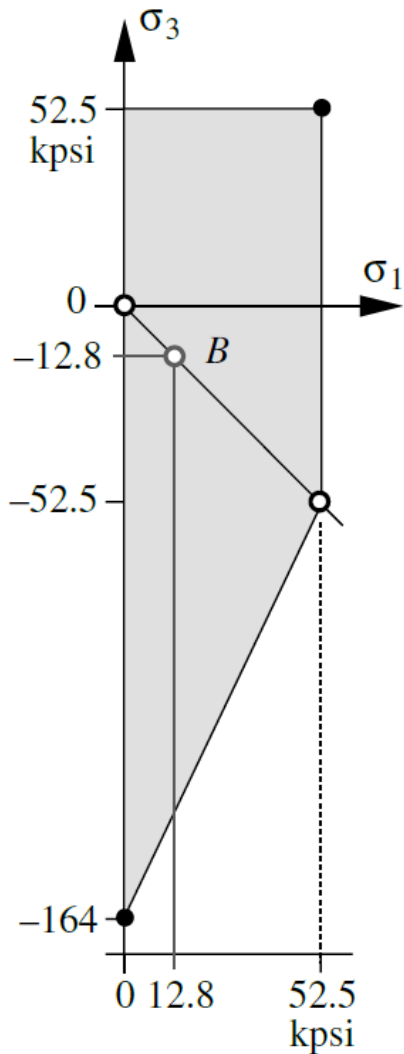
Forma de la viga	Fórmula	Forma de la viga	Fórmula
 Rectangular	$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{3V}{2A}$	 Circular hueca con pared delgada	$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{2V}{A}$
 Circular	$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{4V}{3A}$	 Alma Viga I estructural (con pared delgada)	$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{V}{A_{Alma}}$



(b) Esfuerzos en el punto B

FALLAS CARGA ESTÁTICA

EJEMPLO MATERIAL DÚCTIL



Usando Mohr modificada

$$\tau_{m\acute{a}x} = \tau_{torsi\acute{o}n} + \tau_{flexi\acute{o}n} = 12\,072 + 755 = 12\,827 \text{ psi}$$

$$\sigma_1 = \tau_{m\acute{a}x} = 12\,827 \text{ psi}$$

$$\sigma_2 = 0$$

$$\sigma_3 = -\tau_{m\acute{a}x} = -12\,827 \text{ psi}$$

$$N = \frac{S_{ut}}{\sigma_1} = \frac{52\,400}{12\,827} = 4.1$$

Para evitar trazar el diagrama de Mohr modificado, se pueden calcular los factores de Dowling C1, C2, C3

$$C_1 = 8\,721 \text{ psi}$$

$$C_2 = 4106 \text{ psi}$$

$$C_3 = 12\,827 \text{ psi}$$

$$N = \frac{S_{ut}}{\tilde{\sigma}} = \frac{52\,500}{12\,827} = 4.1$$

(b) Esfuerzos en el punto B