

UdeSantiago
de Chile



DISEÑO MECÁNICO

INGENIERÍA EJECUCIÓN MECÁNICA

CARGAS, ESFUERZOS Y DEFORMACIÓN

Los tipos de cargas se dividen en varias clases, con base en el carácter de las cargas aplicadas, y la presencia o ausencia de movimiento en el sistema.

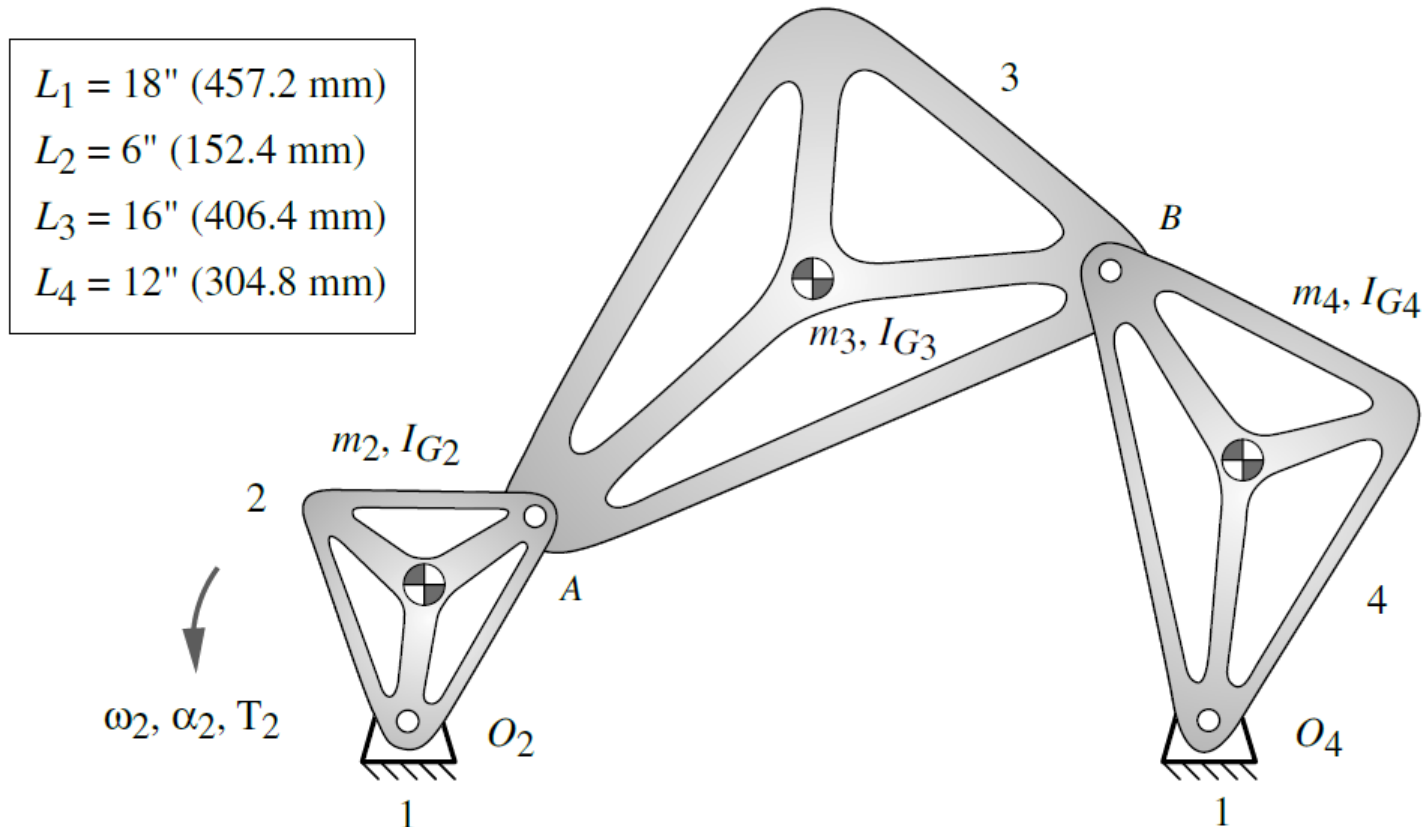
Tabla 1-1 Clases de carga

| | Cargas constantes | Cargas variables con el tiempo |
|-------------------------|-------------------|--------------------------------|
| Elementos estacionarios | Clase 1 | Clase 2 |
| Elementos móviles | Clase 3 | Clase 4 |

Un ejemplo de clase 4 es el motor de un automóvil. Las piezas internas (cigüeñal, bielas y pistones, entre otros) están sujetas a cargas que varían con el tiempo, por las explosiones de gasolina, pero también experimentan cargas inerciales variables, como consecuencia de sus aceleraciones. Un análisis de carga dinámica es necesario en la clase 4.

DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE

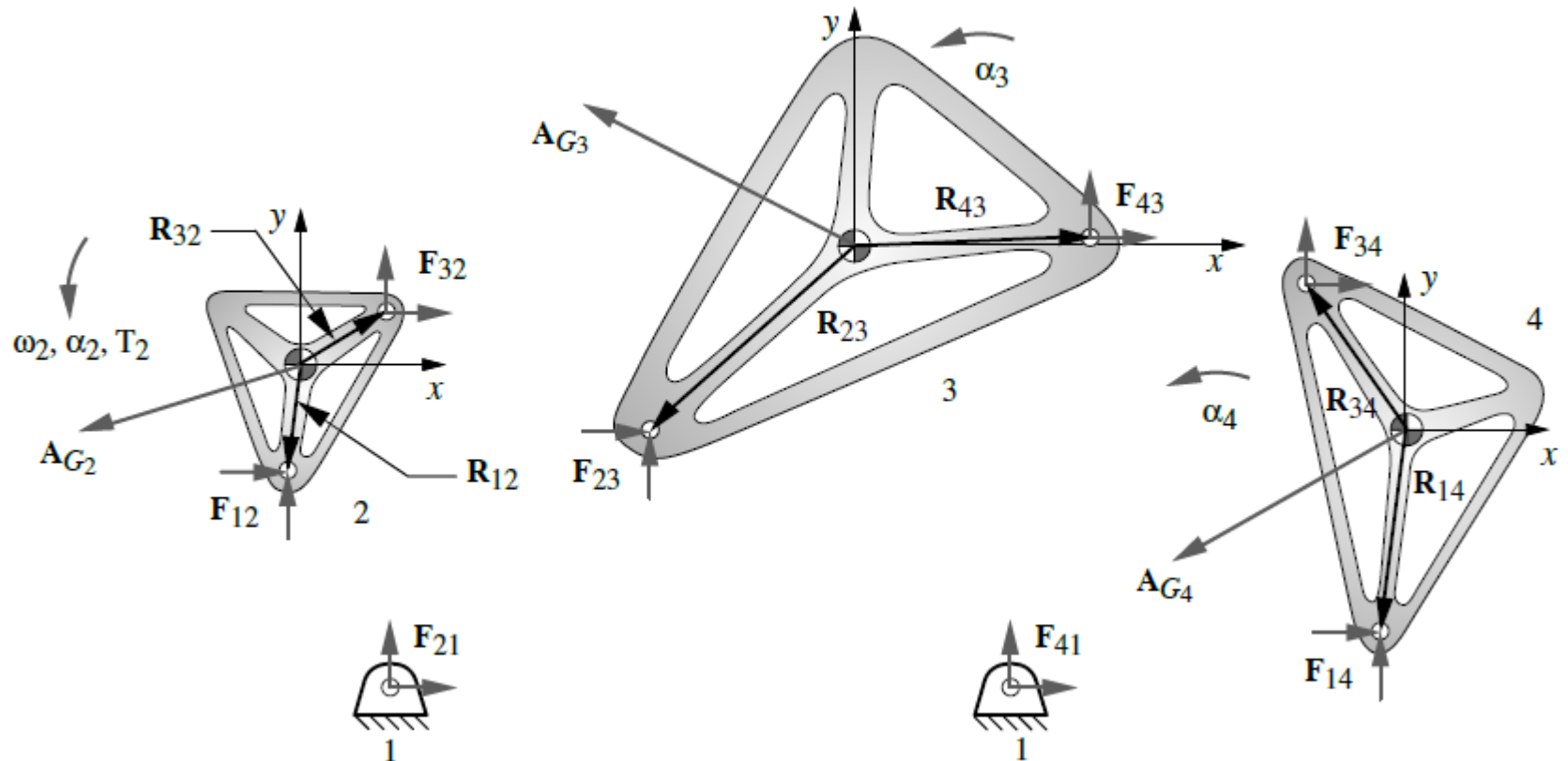
Para identificar correctamente todas las fuerzas y los momentos potenciales sobre un sistema, se requiere dibujar con precisión diagramas de cuerpo libre (DCL) para cada miembro del sistema.



Mecanismo de cuatro barras

DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE

Se definen las dimensiones y los ángulos de los elementos del sistema con respecto a un sistema de coordenadas local ubicado en los centros de gravedad (CG) de cada elemento.



ANÁLISIS DE CARGAS

ANÁLISIS TRIDIMENCIONAL

Para un sistema tridimensional de cuerpos rígidos conectados, la sumatoria de fuerzas en x, y, z se puede escribir como:

$$\sum F_x = ma_x \quad \sum F_y = ma_y \quad \sum F_z = ma_z$$

Y la ecuación de los momentos se puede escribir como:

$$\begin{aligned}\sum M_x &= I_x \alpha_x - (I_y - I_z) \omega_y \omega_z \\ \sum M_y &= I_y \alpha_y - (I_z - I_x) \omega_z \omega_x \\ \sum M_z &= I_z \alpha_z - (I_x - I_y) \omega_x \omega_y\end{aligned}$$

(Ecuaciones escalares conocidas como **ecuaciones de Euler**.)

ANÁLISIS DE CARGAS

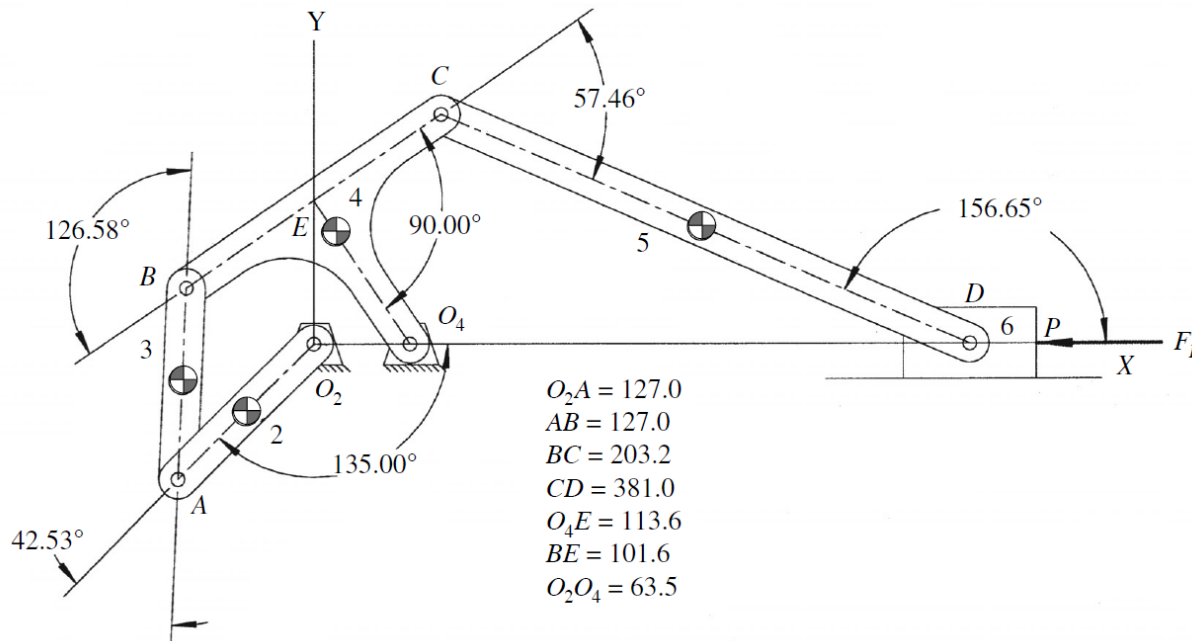
ANÁLISIS BIDIMENCIONAL

Si el movimiento del sistema se produce únicamente en el plano, las ecuaciones se reducen a estas tres:

$$\sum F_x = ma_x$$

$$\sum F_y = ma_y$$

$$\sum M_z = I_z \alpha_z$$



Mecanismo de arrastre manivela-corredera.

ANÁLISIS DE CARGAS

CARGAS ESTÁTICAS

La diferencia entre un escenario de carga dinámica y uno de carga estática es la presencia o ausencia de aceleraciones.

3D

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_z = 0$$

$$\sum M_x = 0$$

$$\sum M_y = 0$$

$$\sum M_z = 0$$

2D

$$\sum F_x = 0$$

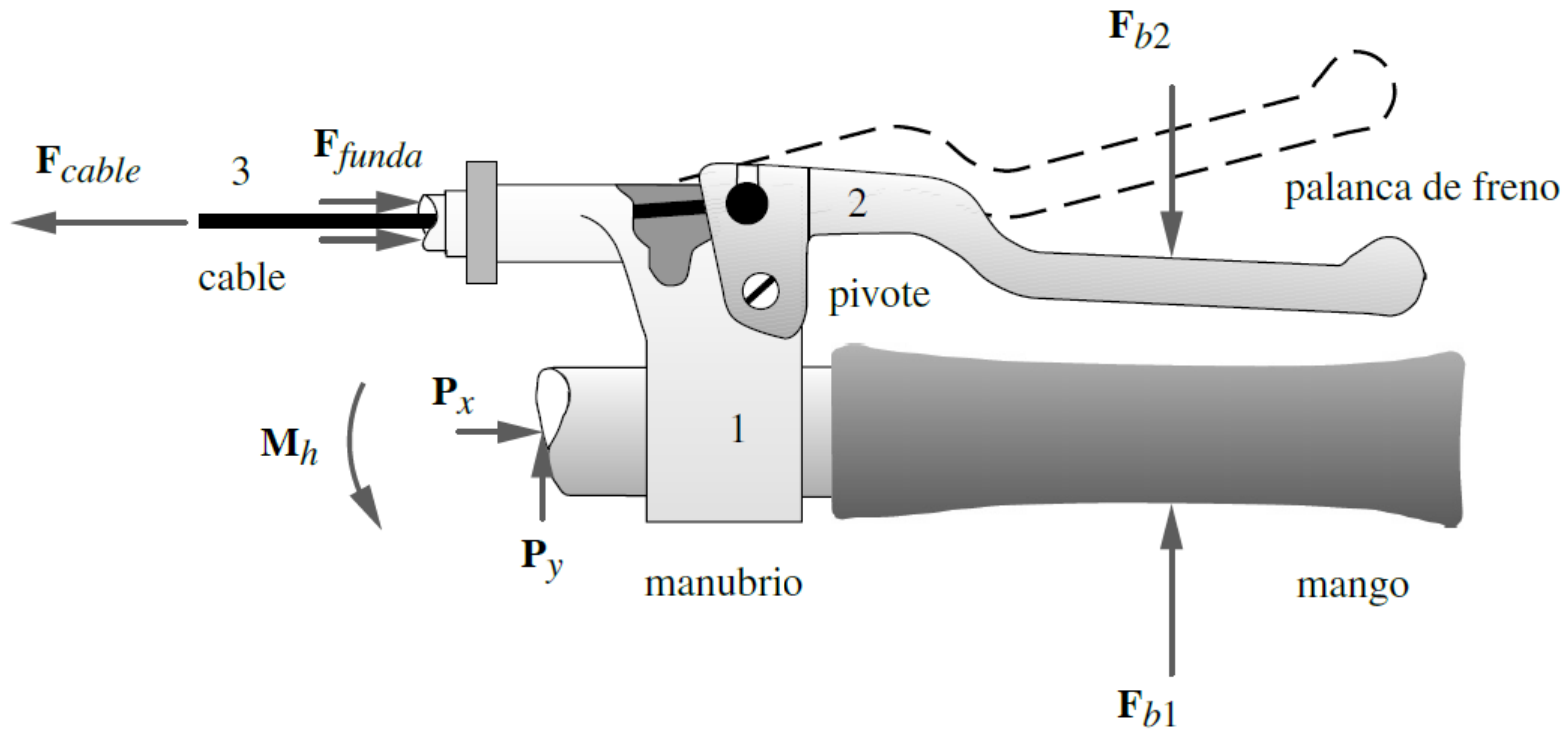
$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_z = 0$$

ANÁLISIS DE CARGAS

EJEMPLO ESTÁTICO 2D

La figura ilustra el montaje de la palanca del freno manual de una bicicleta, que consiste en tres subensambles: el manubrio (1), la palanca (2) y el cable (3).

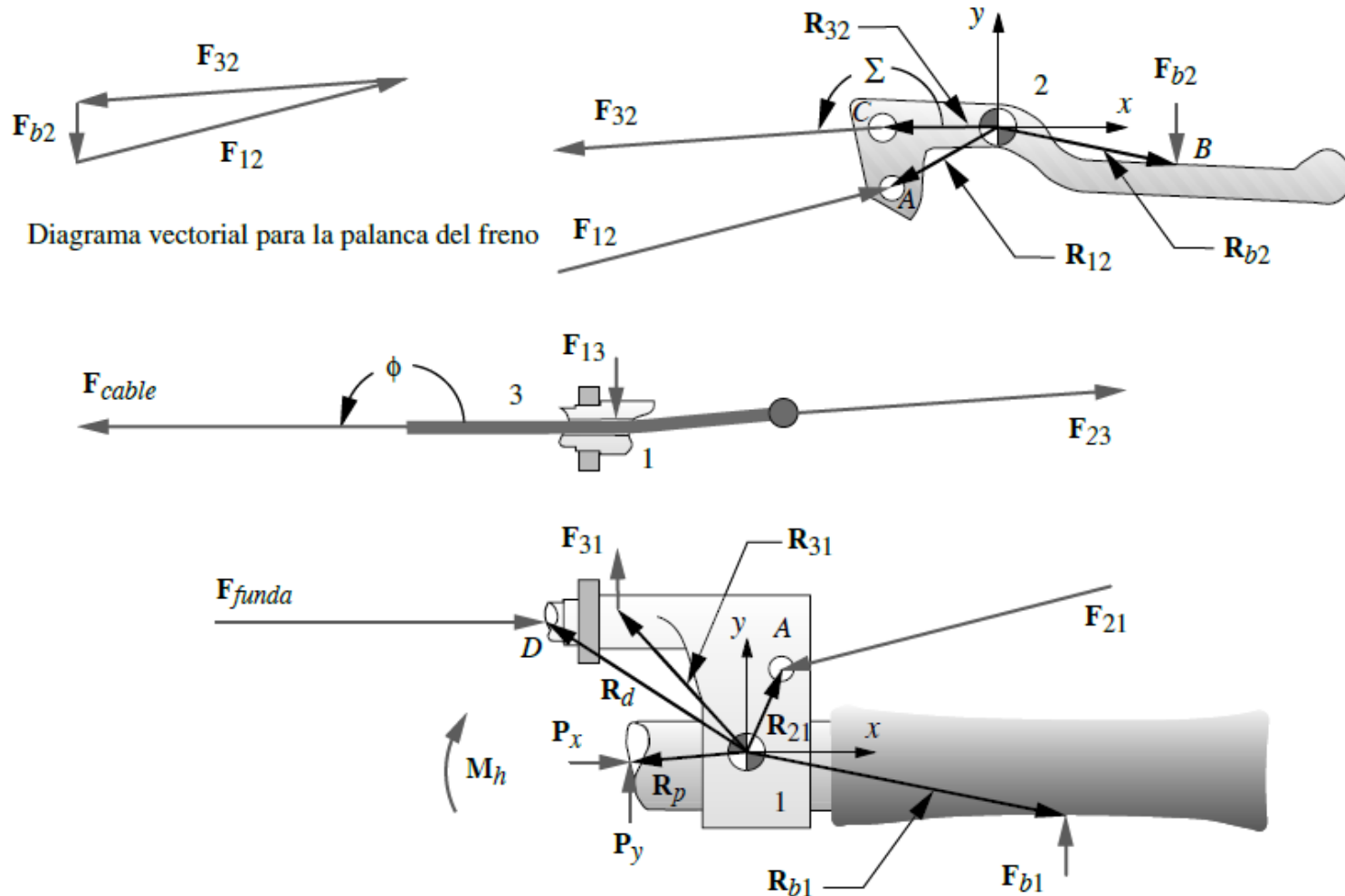


La mano humana promedio puede desarrollar una fuerza de presión de alrededor de 267 N (60 lb) en la posición de palanca mostrada.

ANÁLISIS DE CARGAS

EJEMPLO ESTÁTICO 2D

DCL del sistema por separado.



ANÁLISIS DE CARGAS

EJEMPLO ESTÁTICO 2D

Aplicando las ecuaciones de equilibrio y los supuestos se obtiene un sistema de 8 ecuaciones y 8 incógnita.

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & \tan\theta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -\tan\theta & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 -R_{12y} & R_{12x} & R_{32x} \tan\theta - R_{32y} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 R_{21y} & -R_{21x} & 0 & -R_{31x} & R_{dy} & -R_{py} & R_{px} & 1
 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix}
 F_{12x} \\
 F_{12y} \\
 F_{32x} \\
 F_{13y} \\
 F_{cable_x} \\
 P_x \\
 P_y \\
 M_h
 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix}
 -F_{b2x} \\
 -F_{b2y} \\
 0 \\
 0 \\
 F_{b2x} \\
 F_{b2y} \\
 -R_{b2x}F_{b2y} + R_{b2y}F_{b2x} \\
 R_{b1x}F_{b2y} - R_{b1y}F_{b2x}
 \end{bmatrix}$$

ANÁLISIS DE CARGAS

EJEMPLO ESTÁTICO 2D

Reemplazando los datos conocidos del problema (Norton, Pag. 9 a 14) se obtiene el siguiente sistema:

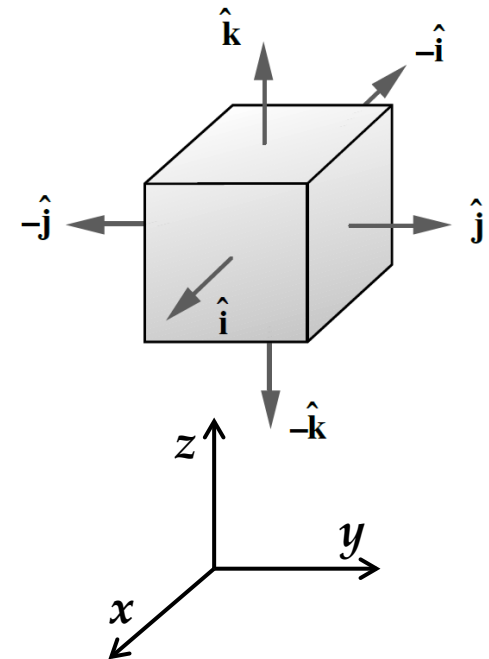
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.070 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.070 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 7.34 & -47.91 & -0.324 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 19 & -7 & 0 & 27 & 27 & 0 & -27 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_{12x} \\ F_{12y} \\ F_{32x} \\ F_{13y} \\ F_{cable_x} \\ P_x \\ P_y \\ M_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 267 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -267 \\ 93.08 \\ -112.25 \end{bmatrix}$$

TAREA: Resolver este sistema con alguno de estos lenguajes Mathcad, Matlab, Octave, Python, etc...

ESFUERZO

ELEMENTO INFINITESIMAL

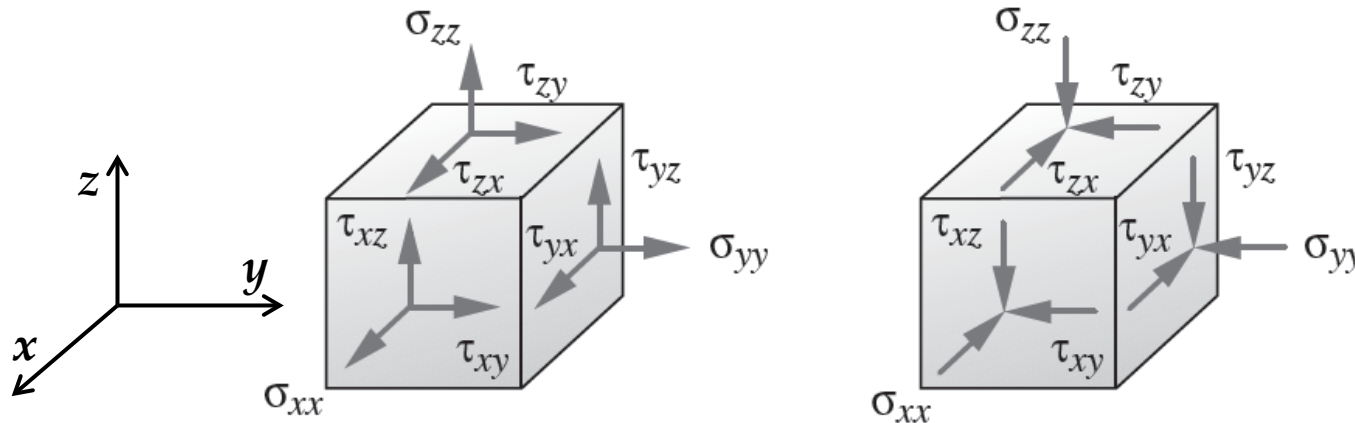
- El esfuerzo se define como la fuerza por unidad de área (MPa).
- En un elemento sometido a ciertas fuerzas, por lo general el esfuerzo se distribuye como una función que varía constantemente dentro del continuo del material.
- Cada elemento infinitesimal del material puede experimentar esfuerzos diferentes al mismo tiempo.
- Estos elementos infinitesimales se modelan generalmente como cubos.



ESFUERZO

ELEMENTO INFINITESIMAL

- Se considera que los componentes del esfuerzo actúan sobre las caras de estos cubos de dos modos diferentes.
- A. Los **esfuerzos normales** actúan de forma perpendicular (es decir, normalmente) a la cara del cubo y tienden a tirar hacia afuera (esfuerzo normal de tensión) o empujar hacia adentro (esfuerzo normal de compresión).



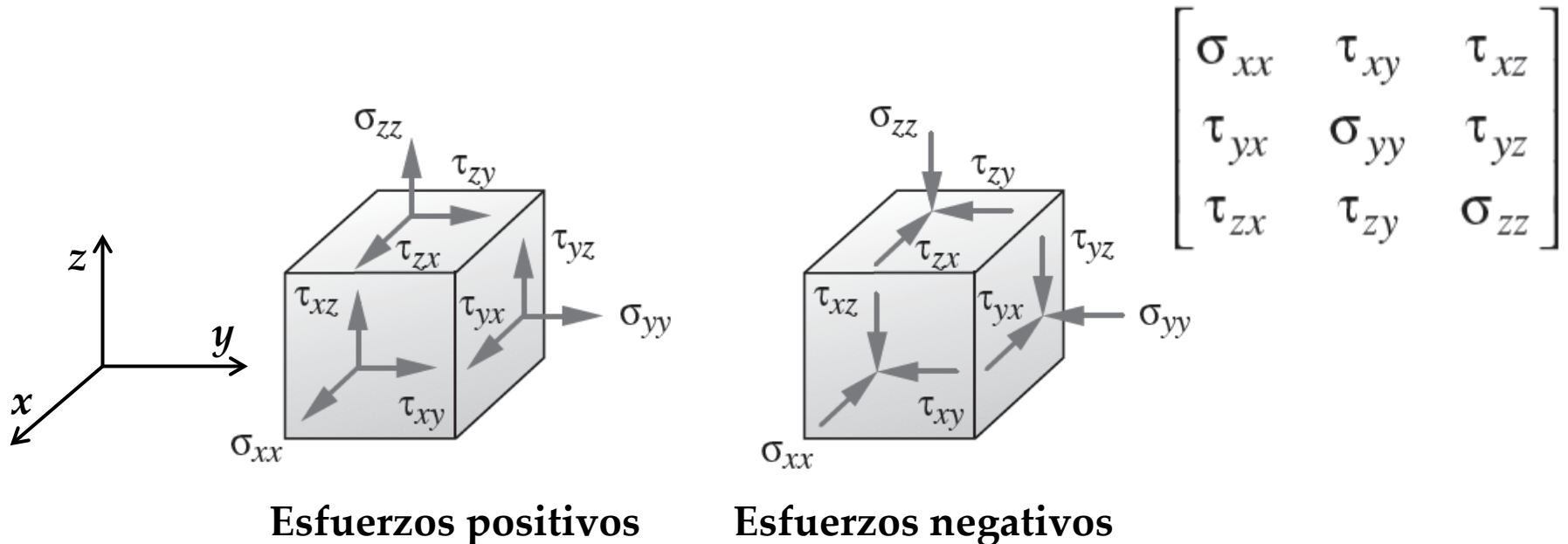
Esfuerzos positivos

Esfuerzos negativos

ESFUERZO

ELEMENTO INFINITESIMAL

- Se considera que los componentes del esfuerzo actúan sobre las caras de estos cubos de dos modos diferentes.
- B. El **esfuerzo cortante** actúa paralelo a las caras de los cubos, en pares (parejas) sobre caras opuestas, lo cual tiende a distorsionar el cubo en una forma de romboide.



DEFORMACION UNITARIA

- El esfuerzo y la deformación unitaria están linealmente relacionados por la ley de Hooke (rango elástico).
- La deformación unitaria es también un tensor de segundo orden, y para el caso tridimensional y para el caso bidimensional se expresan como:

3D

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

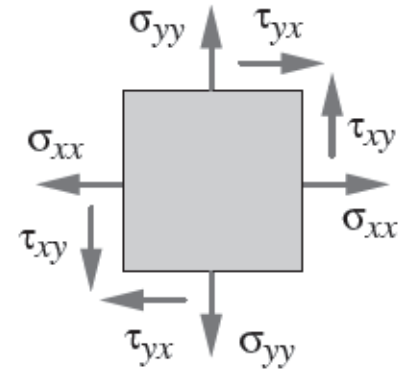
2D

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} \end{bmatrix}$$

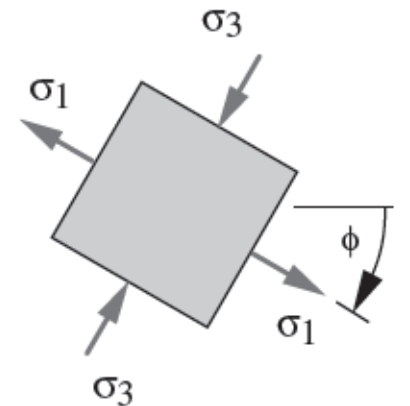
ESFUERZO

ESFUERZOS PRINCIPALES

- Para cualquier combinación particular de esfuerzos aplicados, existirá una distribución continua del campo del esfuerzo alrededor de cualquier punto que se analice.
- Los esfuerzos normales y cortantes en ese punto variarán según la dirección del sistema de coordenadas seleccionado.
- Siempre habrá planos sobre los cuales las componentes de esfuerzo cortante sean iguales a cero.
- Los esfuerzos normales que actúan sobre estos planos se llaman **esfuerzos principales**.



(a) Esfuerzos aplicados

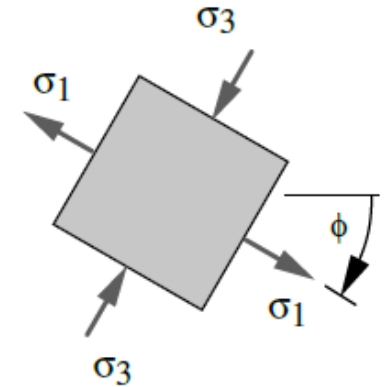


(b) Esfuerzos normales principales

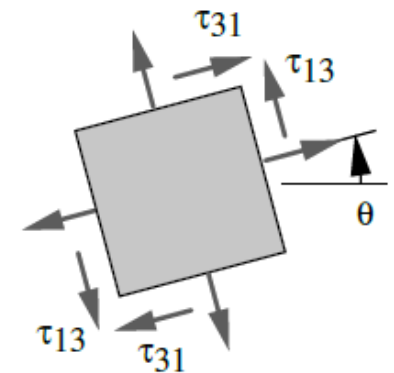
ESFUERZO

ESFUERZOS PRINCIPALES

- Los planos sobre los cuales actúan tales esfuerzos principales se denominan **planos principales**.
- Las direcciones de las normales a la superficie de los planos principales se llaman **ejes principales**.
- También existe otro conjunto de ejes mutuamente perpendiculares a lo largo de los cuales los esfuerzos cortantes serán máximos.
- Los esfuerzos cortantes principales actúan sobre un conjunto de planos que están en ángulos de 45° con los planos de esfuerzos normales principales.



(b) Esfuerzos normales principales

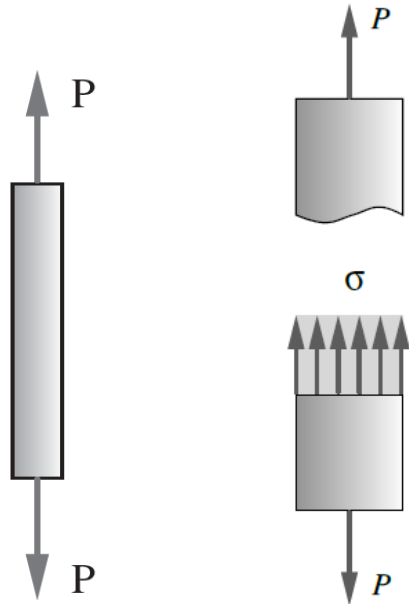


(c) Esfuerzos cortantes principales

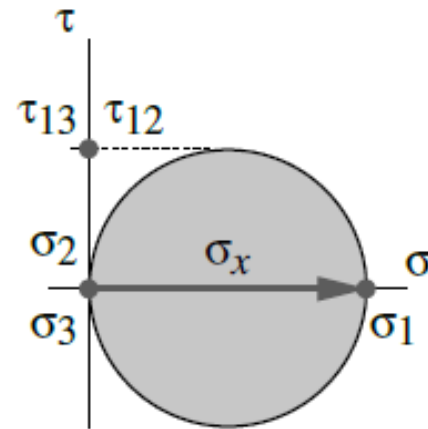
ESFUERZO

TENSION AXIAL

- Es uno de los tipos de carga más sencillos que se pueden aplicar a un elemento.
- Se supone que la carga se aplica a través del centroide del área del elemento, y que las dos fuerzas opuestas son colineales a lo largo del eje.



$$\sigma_x = \frac{P}{A}$$
$$\Delta s = \frac{Pl}{AE}$$



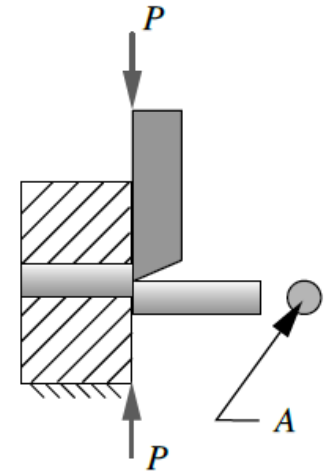
Círculos de Mohr para esfuerzos de tensión unidireccional (dos círculos coinciden y el tercero es un punto, ya que $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$)

ESFUERZO

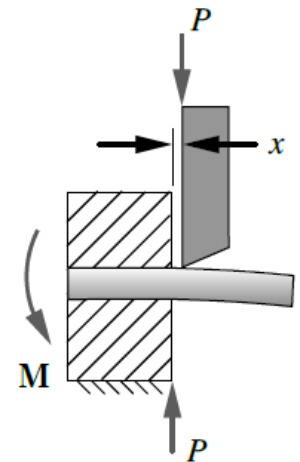
CORTANTE DIRECTO

- Estos tipos de carga ocurren principalmente en conexiones con pernos, atornilladas o remachadas.
- Los modos de falla posibles son por cortante directo del conector (clavo, remache o tornillo), falla por contacto del conector o material envolvente, o desgarramiento del material que envuelve el conector.
- El **cortante directo** ocurre en situaciones donde no está presente la flexión.

$$\tau_{xy} = \frac{P}{A_{corte}}$$

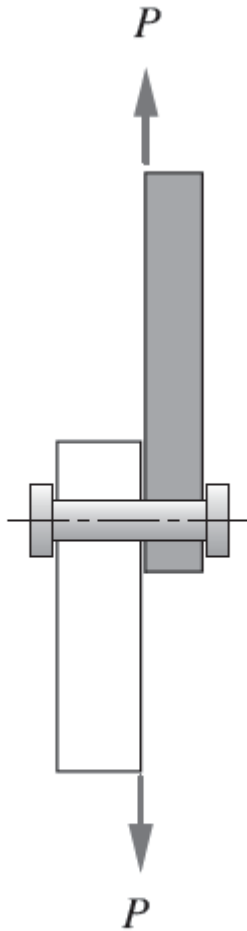


(a) Cortante directo

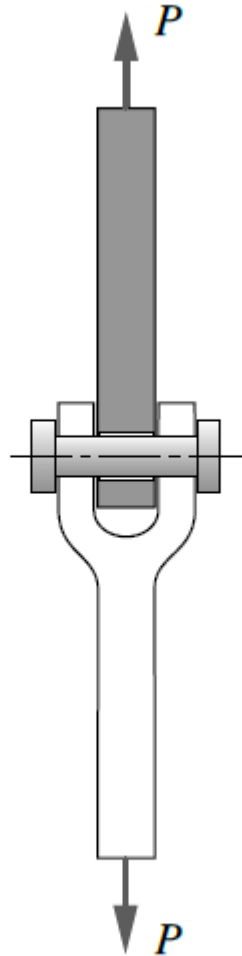


(b) Cortante con flexión

ESFUERZO CORTANTE DIRECTO



(a) Pivote con cortante simple
(no es el ideal)



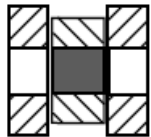
(b) Pivote con cortante doble
(preferido)

Cortante simple: A

Cortante doble: $2A$

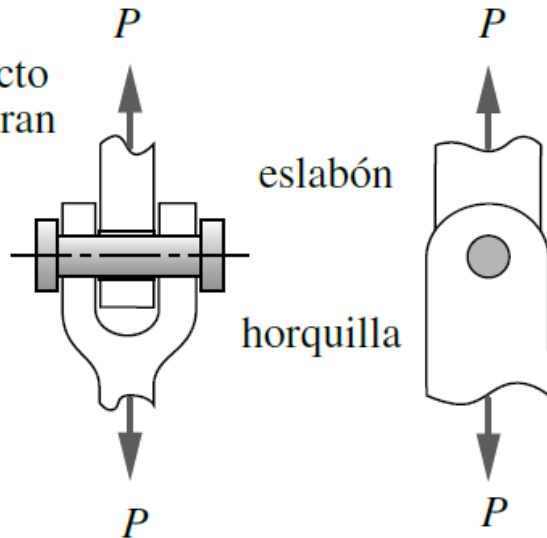
ESFUERZO

ESFUERZO DE CONTACTO



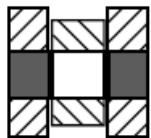
área de contacto del eslabón

las áreas
de contacto
se muestran
en gris



eslabón

horquilla



área de contacto de la horquilla

(a) Áreas de esfuerzo por presión de contacto

El pasador de un pivote en un orificio como el de la figura puede fallar por razones diferentes a un cortante directo.

Las superficies del pasador y el orificio están sometidas a un esfuerzo de contacto directo, el cual es de compresión por naturaleza.

Para uniones perfectas

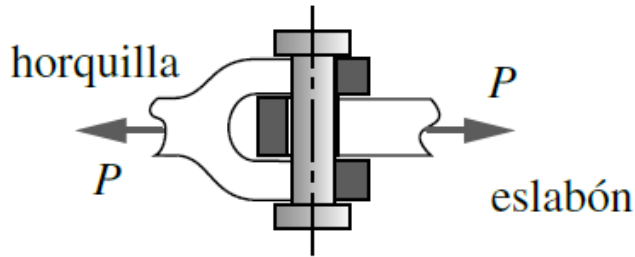
$$A_{\text{contacto}} = l d$$

Para uniones imperfectas

$$A_{\text{contacto}} = \frac{\pi}{4} l d$$

ESFUERZO

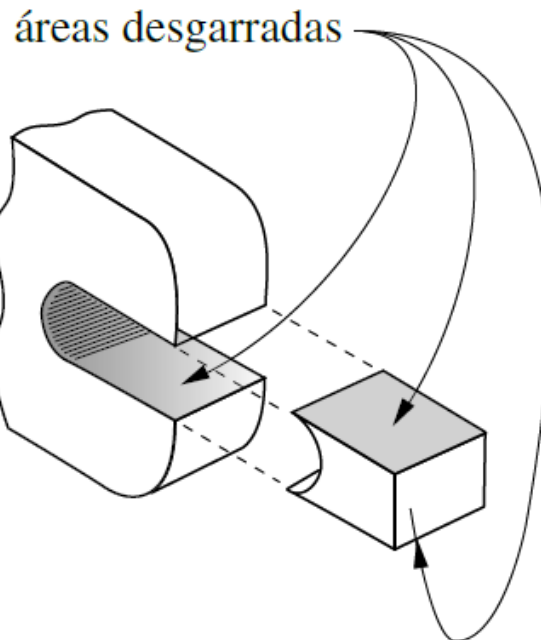
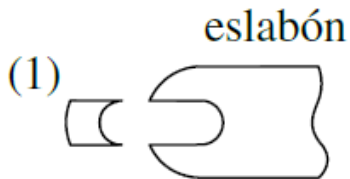
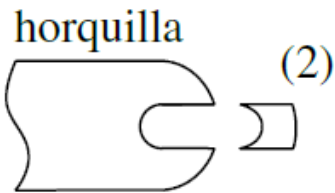
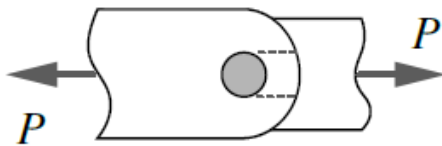
FALLA POR DESGARRAMIENTO



las áreas de desgarramiento visible se muestran en gris

En juntas con pasador, otro modo de falla posible es el desgarramiento del material que rodea el orificio.

Esto pasará si el orificio está colocado muy cerca del extremo.



Se trata de una falla con cortante doble, pues requiere que ambos lados del orificio se separen del material raíz.

(b) Falla por desgarramiento

ESFUERZO

ESFUERZO DE FLEXIÓN EN VIGAS

- La figura muestra una viga en la cual se aplican unas cargas P de tal forma que producen un estado de flexión pura.

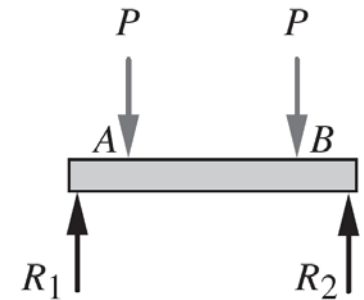
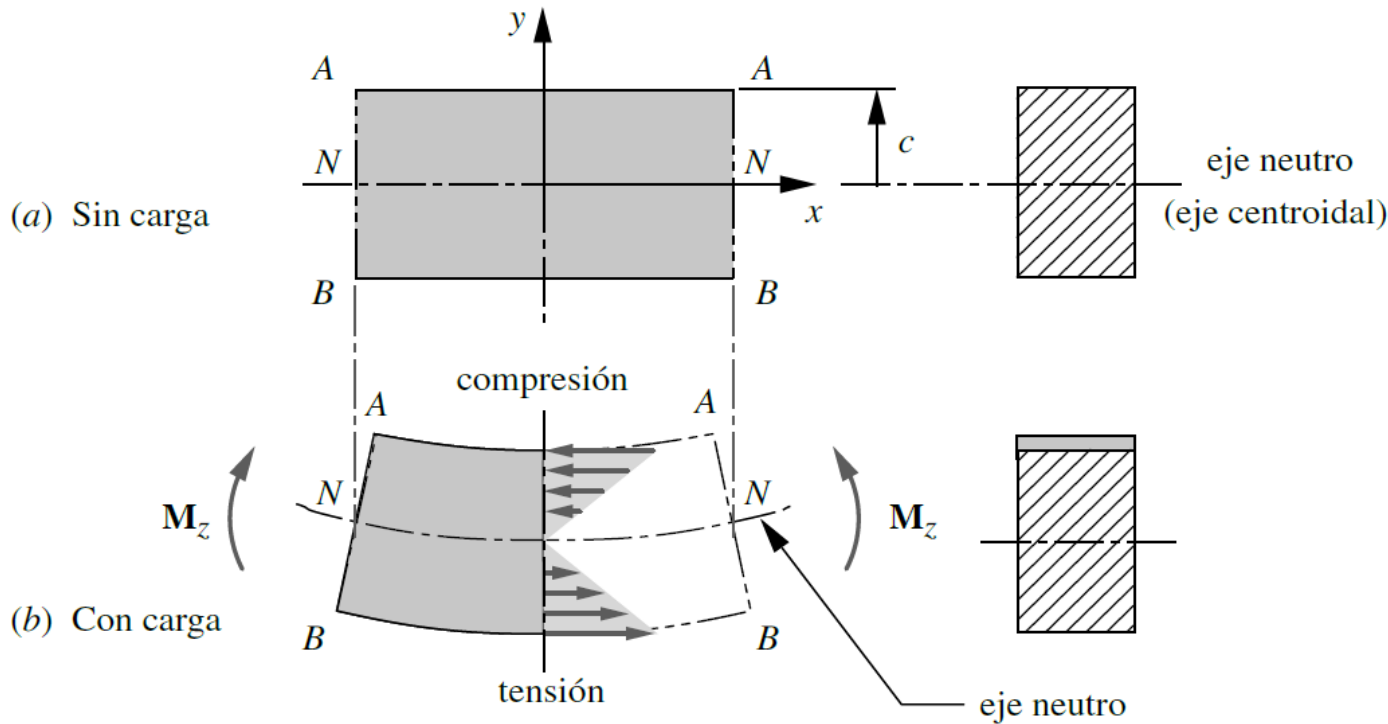


diagrama de cargas

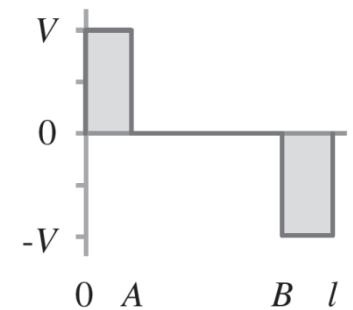


diagrama de momento

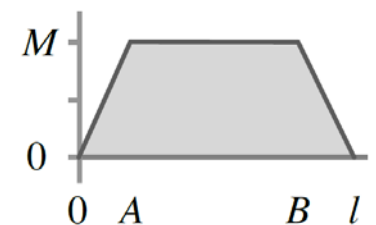
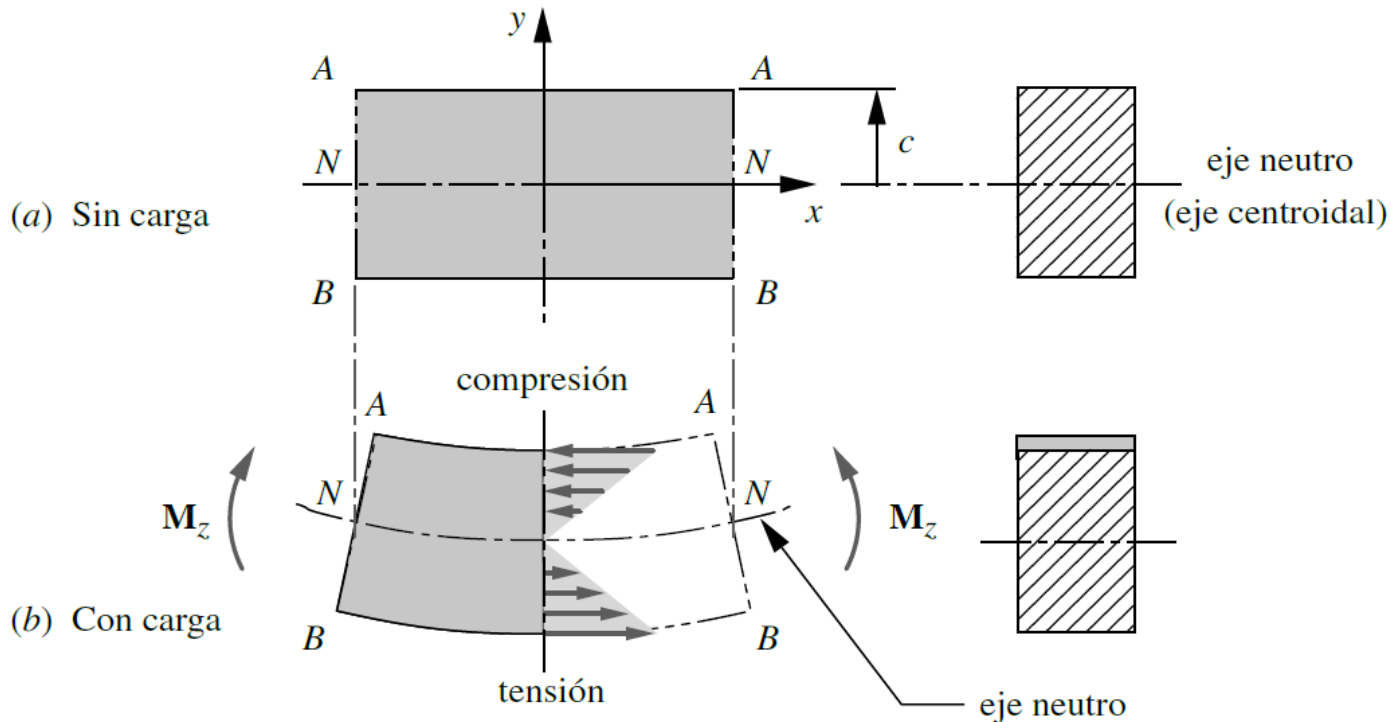


diagrama de momento

ESFUERZO

ESFUERZO DE FLEXIÓN EN VIGAS

- La magnitud del esfuerzo flexionante es cero en el eje neutro y es linealmente proporcional a la distancia y del eje neutro.
- El esfuerzo flexionante máximo ocurre en las fibras externas.



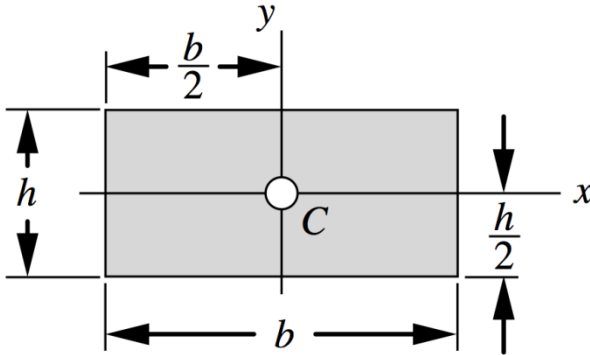
$$\sigma_x = -\frac{My}{I}$$

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{Mc}{I}$$

ESFUERZO

ESFUERZO DE FLEXIÓN EN VIGAS

Algunas secciones últies y sus propiedades.



$$A = bh$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12}$$

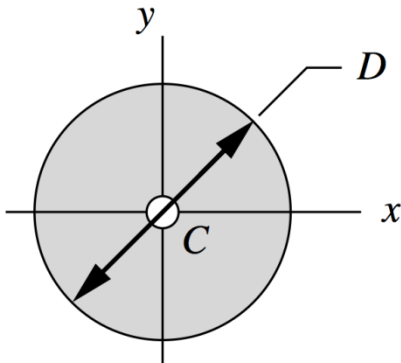
$$k_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$$

$$J_z = I_x + I_y$$

$$I_y = \frac{b^3h}{12}$$

$$k_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

(a) Rectángulo



$$A = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$I_x = \frac{\pi D^4}{64}$$

$$k_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$$

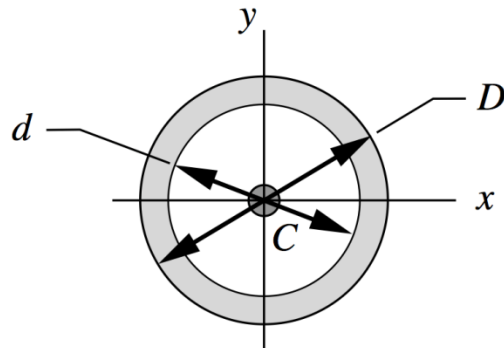
$$J_z = \frac{\pi D^4}{32}$$

$$I_y = \frac{\pi D^4}{64}$$

$$k_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

(b) Círculo

Algunas secciones últies y sus propiedades.



$$A = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$$

$$I_x = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4)$$

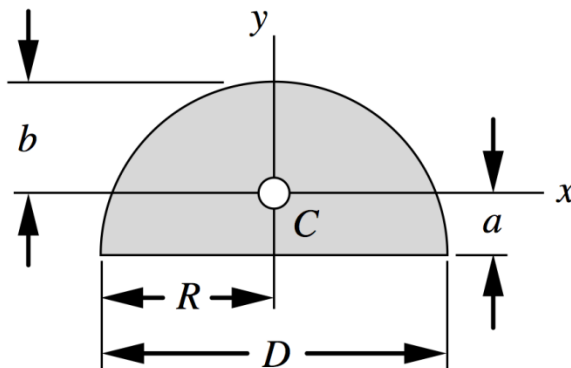
$$k_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$$

$$J_z = \frac{\pi}{32}(D^4 - d^4)$$

$$I_y = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4)$$

$$k_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

(c) Círculo hueco



$$A = \frac{\pi D^2}{8}$$

$$I_x = 0.1098 R^4$$

$$a = 0.4244 R$$

$$k_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$$

$$J_z = I_x + I_y$$

$$I_y = \frac{\pi}{8} R^4$$

$$b = 0.5756 R$$

$$k_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

(d) Semicírculo sólido