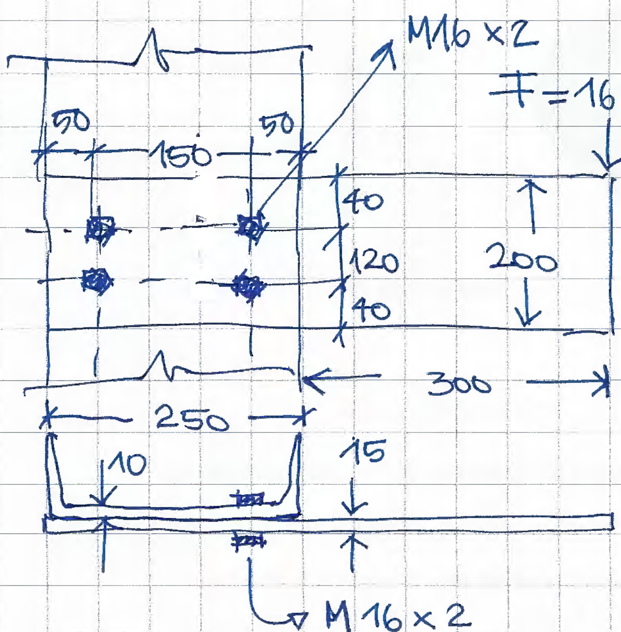
EJEMPLO: UNIONES A CORTANTE CON CARGA EXCÉNTRICA

En la figura hay una barra rectangular de acero de 15mm por 200mm que se sujeta en voladizo a un canal de acero de 250mm mediante 4 pernos apretados firmemente en A, B, C y D.



Determinar

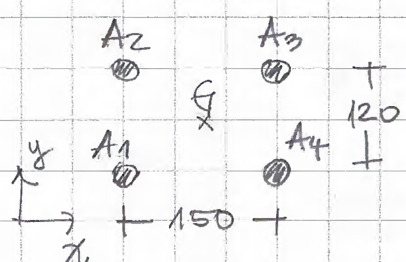
a) La carga resultante en cada perno

b) La carga maxima en cada perno

c) El esfuerzo de aplastamiento máximo.

d) Esfuerzo flexionante crítico en la barra

1) Determinar el centroide de pernos, puesto que la reacción de cortante pasaría por este centroide (G) y la reacción de momento sería



	A_i	x_i	y_i	$A_i \cdot x_i$	$A_i y_i$
P1	157	0	0	0	0
P2	157	0	120	0	18840
P3	157	150	120	23550	18840
P4	157	150	0	23550	0
	628			47100	37680

M16 (Tabla 8-1) $d = 16mm$ $A_t = 157 \ mm^2$

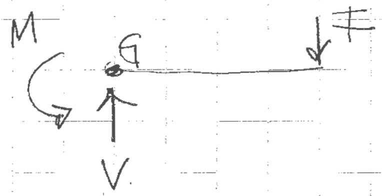
paso = 2mm $A_r = 144 \ mm^2$

$$x_G = \frac{\Sigma A_i x_i}{\Sigma A_i} = \frac{47100}{628} = 75mm$$

$$y_G = \frac{\Sigma A_i y_i}{\Sigma A_i} = \frac{37680}{628} = 60 \ mm$$

G(75 mm, 60 mm)

En G se obtienen las siguientes reacciones:



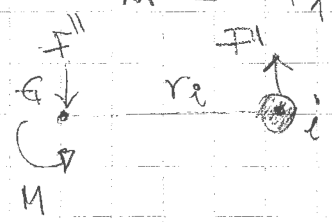
$$\Rightarrow \quad V = 16\ kN$$
$$M = 16\ kN \times (300\ mm + 50 + 75)$$
$$M = 16\ kN \times 425\ mm$$
$$M = 6800\ (kN \cdot mm) = (N \cdot m)$$

2) Carga Directa: se obtiene al dividir V por el número de pernos

$$F' = \frac{V}{n} = \frac{16\ kN}{4} = 4\ kN$$

3) Carga de Momento: se define como la carga adicional sobre cada perno debida al momento.

$$M = F_1'' \cdot r_1 + F_2'' \cdot r_2 + F_3'' r_3 + F_4'' r_4 \qquad (a)$$



(Aquí F_i'' es desconocida)
r_i = distancia de la fuerza al centroide

La fuerza que soporta cada perno depende de su distancia radial al centroide (el momento es igual para todos los pernos). Por tanto, se puede escribir

$$\frac{F_1''}{r_1} = \frac{F_2''}{r_2} = \frac{F_3''}{r_3} = \frac{F_4''}{r_4} \qquad (b)$$

Cuando los diámetros de los pernos son iguales, en caso contrario se puede escribir usando el esfuerzo cortante $\tau = 4F''/(\pi d^2)$

Resolviendo (a) y (b) se obtiene:

$$M = F_1 \cdot r_1 + \left(\frac{F_1}{r_1} r_2\right) \cdot r_2 + \left(\frac{F_1}{r_1} r_3\right) r_3 + \left(\frac{F_1}{r_1} r_4\right) r_4$$

$$M = \left(\frac{F_1}{r_1}\right)\cdot r_1^2 + \left(\frac{F_1}{r_1}\right) r_2^2 + \left(\frac{F_1}{r_1}\right) r_3^2 + \left(\frac{F_1}{r_4}\right) r_4^2$$

$$\frac{F_1}{r_1} = \frac{M}{r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + r_4^2}$$

En general, para cada perno, la fuerza debido al momento (o fuerza cortante secundaria) se obtiene con la siguiente expresión:

$$F_i = \frac{M \cdot r_i}{\Sigma\, r_i^2}$$

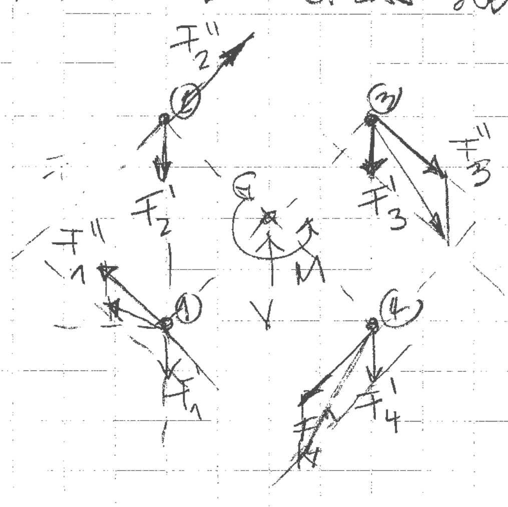
En este problema, la distancia a cada perno desde el centroide el la misma para todos (simetría) y se obtiene como:

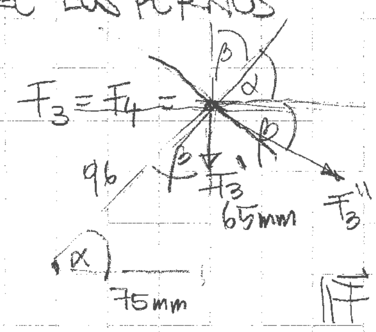
$$r_i = \sqrt{75^2 + 65^2} \cong 96 \text{ mm}$$

En convenencia, todas la fuerzas debidas al momento son iguales:

$$F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = \frac{6800 \text{ N·m} \times 96 \text{ mm}}{4 \times 96^2} = 17.7 \text{ kN}$$

~~DIAGRAMA DE FUERZAS~~ SOBRE LOS PERNOS





$\cos\beta = \dfrac{60}{96}$

$\sin\beta = \dfrac{75}{96}$

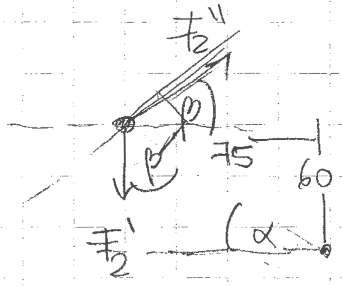
$\vec{F}_x = 17.7 \cdot \cos(\beta)$

$F_y = 4 \text{ kN} + 17.7 \sin(\beta)$

$$\|\vec{F}\| = \sqrt{\left[17.7\cdot(60/96)\right]^2 + \left(4 + 17.7\,(75/96)\right)^2}$$

$\|\vec{F}\| = 21.$[illegible] kN

Para los pernos ① y ②



$$\|\vec{F}_R\| = \sqrt{\left(17.7 \times \cos(\beta)\right)^2 + \left(4 - 17.7 \times \operatorname{sen}(\beta)\right)^2}$$

$$\|F_R\| = \sqrt{\left(17.7 \times \frac{65}{96}\right)^2 + \left(4 - 17.7 \times \frac{75}{96}\right)^2} = 15.\ kN$$

$$\cos(\beta) = \frac{60}{96}$$

$$\operatorname{sen}(\beta) = \frac{75}{96}$$

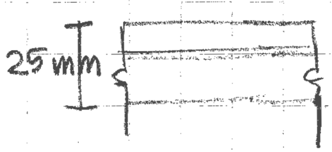
$$F_2 = F_1 = 15\ kN$$

$$F_4 = F_3 = 21\ kN$$

Los pernos ③ y ④ son críticos porque soportan la mayor carga.

Pregunta: ¿Actúa este cortante en la parte roscada o en el cuerpo?

1) Determinar longitud del perno M16 × 2 mm



Longitud de agarre $l = 25$ mm
H: altura tuerca Tabla A31

$$L = l + H + 2 \times 2$$

$$L = 25 + 14.8 + 4 = 43.8\,mm = 45\ mm$$

(Tabla A17)

Para determinar la longitud de la rosca, usamos Tabla 8-7.

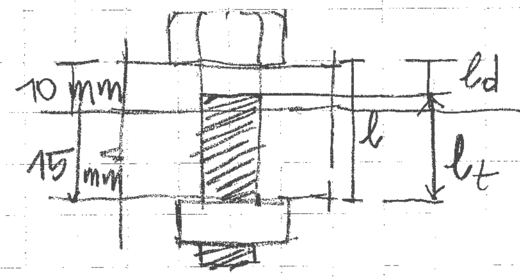
$$L_T = 2d + 6\ mm \qquad (L < 125\,m \quad d < 48\ mm)$$

$$L_T = 2 \times 16 + 6 = 38\ mm$$

$$l_d = 45 - 38 = 7\ mm$$

$$l_t = l - l_d = 25 - 7 = 18\ mm$$

Hacemos un esquema



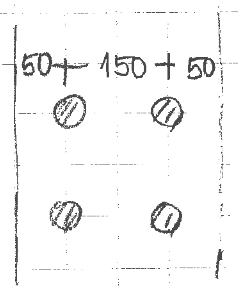
→ sección en la que se produce el cortante

$l_t = 18\ mm > 15\ mm$ (espesor)

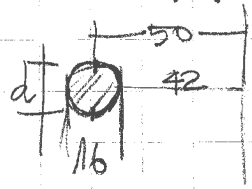
Por lo tanto, el área de refuerzo a cortante corresponde al diámetro menor (d_r) $\Rightarrow A_r = 144\ mm^2$

$$\tau = \frac{F}{A_r} = \frac{21\ kN}{144\ mm^2} = \frac{21 \times 10^3}{144} \frac{N}{mm^2} = 146\ MPa$$

c) Aplastamiento: puesto que el canal tiene el menor espesor el esfuerzo de aplastamiento será mayor en este.



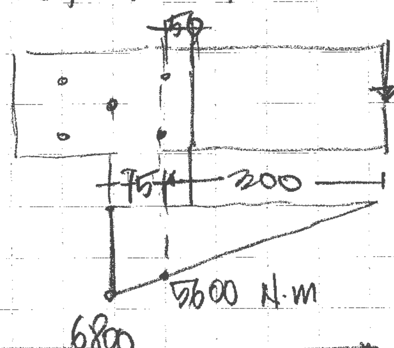
En el agujero



Zona de contacto: area proyectada

$$\sigma = \frac{P}{t \cdot d} = \frac{21\ kN}{10mm \times 16\ mm} = 131\ MPa \text{ (compresión)}$$

d) Esfuerzo flexionante crítico:



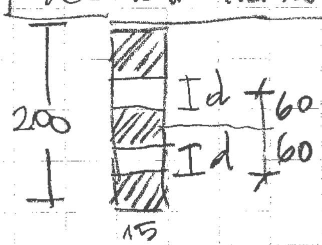
En los pernos ③ y ④ se produce un momento de: 5600 N·m

El esfuerzo se obtiene como $\sigma = Mc/I$

El momento de inercia I se obtiene descontando los agujeros de los pernos

$$I = I_{barra} - 2\left(I_{agujeros} + d^2 A\right)$$

sección transversal



$$I = \tfrac{1}{12}(15)(200)^3 - 2\left(\tfrac{1}{12}(15)(16)^3 + (60)^2(15)(16)\right)$$

$$I = 8261760\ mm^4$$

$$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{5600 \times 10^3\ N \cdot mm \times (200/2)\ mm}{8261760\ mm^4} = 67.8\ MPa$$