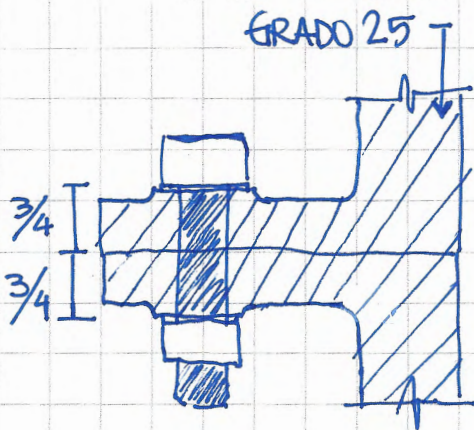


EJEMPLO DISEÑO PERNO

En la figura se presenta la sección transversal de un recipiente a presión de hierro fundido grado 25.

Se deberá usar un total de N pernos para resistir una fuerza de separación de 36 kip



PERNO DE CABEZA HEXAGONAL GRADO 5

$$\frac{5}{8} \text{ inch } 11 \text{ UNC} \times 2 \frac{1}{4} \text{ inch}$$

DATO

SOLUCIÓN

1) Determinar la longitud requerida (Tabla 8-7)

Agarre: consiste en el espesor total del material sujetado

a) Suma de los espesores de ambos elementos y ambas arandelas.

b) Mediante una fórmula se obtiene la longitud efectiva de agarre cuando el perno se rosca en un elemento de unión

$$l' = \begin{cases} h + t_2/2 & t_2 < d \\ h + d/2 & t_2 \geq d \end{cases}$$

En este caso corresponde a la suma de los espesores

$$l = \frac{3}{4} \text{ inch} + \frac{3}{4} \text{ inch} = \frac{6}{4} \text{ inch} = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ pulg}$$

$$A-31 \Rightarrow \frac{5}{8} \quad W = \frac{15}{16} \quad H = \frac{35}{64} \quad (\text{Hexagonal regular}) \quad (\text{Pag. 1035})$$

Se agregan 2 roscas más allá de la tuerca para completar la longitud ideal del perno.

Por tanto, la longitud del perno está determinada por:

$$L = l + H + 2 \text{ roscas}$$

Tabla 8-2 (Shigley) (Pag. 399)

$$\frac{1 \text{ inch}}{11 \text{ roscas}} - \frac{x \text{ inch}}{2 \text{ roscas}} \Rightarrow x = \frac{2}{11} \text{ inches}$$

$$L = \frac{3}{2} \text{ in} + \frac{35}{64} \text{ in} + \frac{2}{11} \text{ in} = 2.229 \text{ in}$$

Usando la tabla A-17 aproximamos el valor cercano superior.
(Pag. 1015)

$$A-17 \Rightarrow 2 \frac{1}{4} \text{ inches} = 2.25 \text{ inches}$$

2) Determinar la longitud de la rosca

$$L_T = \begin{cases} 2d + \frac{1}{4} \text{ inches} & L \leq 6 \\ 2d + \frac{1}{2} \text{ inches} & L \geq 6 \end{cases} \quad (\text{pulgadas})$$

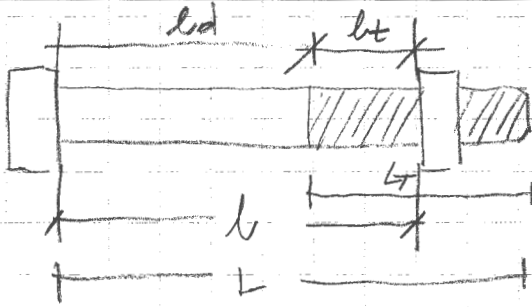
$$L_T = \begin{cases} 2d + 6 & L \leq 125 & d \leq 48 \\ 2d + 12 & 125 \leq L \leq 200 \\ 2d + 25 & L > 200 \end{cases} \quad (\text{milímetros})$$

En nuestro caso

$$L_T = 2d + \frac{1}{4}'' \quad ; \quad d: \text{diámetro nominal del perno}$$

TABLA 8-2 $d = 0.625''$ (Pag. 399)

$$L_T = 2 \times 0.625 + 0.25 = 1.5''$$



l_d : longitud no roscada en el amarre
 l_t : longitud roscada en el amarre

$$l_d = L - L_r = 2.25'' - 1.5'' = 0.75''$$

$$l_t = b - l_d = 1.5'' - 0.75'' = 0.75''$$

Otras propiedades del perno: A_t, A_d (Pag. 399)

TABLA 8-2 $\Rightarrow A_t = 0.226 \text{ in}^2$

$$A_d = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (0.625)^2}{4} = 0.3068 \text{ in}^2$$

3) RIGIDEZ DEL SUJETADOR

El propósito del perno consiste en sujetar dos o más partes. Apretando la tuerca se estira el perno, y de esta manera se produce la sujeción, que se llama pre-tensión o precarga del perno.

La fuerza de tensión sobre el perno produce compresión en las elementos.

La rigidez del perno se puede ver como la rigidez de un resorte (elemento sometido a tensión o compresión).

La rigidez en la zona de sujeción constará de dos partes: zona sin rosca y zona roscada.

Así, la constante de rigidez del perno equivale a la rigidez de dos resortes en serie.

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \Rightarrow K = \frac{K_1 \cdot K_2}{K_1 + K_2}$$

La rigidez de un resorte se obtiene como:

$$F = k \cdot \delta \quad \delta = \frac{PL}{EA} \Rightarrow \frac{P}{\delta} = \frac{EA}{L}$$

$$k = \frac{F}{\delta} =$$

$$k_t = \frac{EA_t}{l_t} \quad \text{Rigidez en la zona roscada}$$

$$k_d = \frac{EA_d}{l_d} \quad \text{Rigidez en la zona no roscada}$$

Con estas rigideces se obtiene la rigidez efectiva estimada del perno:

$$k_b = \frac{k_t \cdot k_d}{k_t + k_d} = \frac{\cancel{EA_t/l_t} \times \cancel{EA_d/l_d}}{\cancel{EA_t/l_t} + \cancel{EA_d/l_d}}$$

$$k_b = \frac{A_t \cdot A_d \cdot \cancel{(l_t \cdot l_d)}}{\cancel{(l_t \cdot l_d)} (A_t l_d + A_d l_t)} = \frac{A_t \cdot A_d \cdot E}{A_t l_d + A_d l_t}$$

$$A_t = 0.226 \text{ in}^2 \quad l_t = 0.75 \text{ in} \quad E =$$

$$A_d = 0.307 \text{ in}^2 \quad l_d = 0.75 \text{ in}$$

$$k_b = \frac{0.226 \text{ in}^2 \times 0.307 \text{ in}^2 E}{(0.226 \times 0.75 + 0.307 \times 0.75) \text{ in}}$$

Perno de acero $E = 210 \text{ GPa} \approx 30 \text{ MPa} = \frac{\text{lb}_f}{\text{in}^2}$

$$k_b = 0.1736 \times 30 \text{ MPa} = 5.21 \times 10^6 \frac{\text{lb}_f}{\text{in}}$$

4) RIGIDEZ DEL ELEMENTO

Para el caso de 2 elementos a sujeción de espesor idéntico se puede usar la fórmula:

$$k_m = \frac{1}{2} \frac{0.5774 \pi E d}{\ln \left(\frac{0.5774 l + 0.5 d}{0.5774 l + 2.5 d} \right)^5}$$

$E = 14 \text{ Mpsi}$ (Hierro fundido N° 25, tabla A-24)

$$k_m = \frac{0.5 \times 0.5774 \pi (14 \text{ Mpsi}) \times 0.625}{\ln \left(5 \times \left(\frac{0.5774(1.5) + 0.5(0.625)}{0.5774(1.5) + 2.5(0.625)} \right) \right)}$$

$$k_m = \frac{7.9361}{0.8865} = 8.95 \text{ M } \frac{\text{lb}_f}{\text{pulg}}$$

4) CONSTANTE DE RIGIDEZ

con k_m y k_b podemos obtener la constante de rigidez

$$C = \frac{k_b}{k_b + k_m} = \frac{5.21 \times 10^6}{(5.21 + 8.95) \times 10^6} \frac{\text{lb}_f/\text{in}}{\text{lb}_f/\text{in}}$$

$$C = 0.3679$$

5) PRECARGA DE TENSION RECOMENDADA

5.1) Resistencia de prueba del perno (S_p)

$$S_p = 85 \text{ kpsi}$$

Perno SAE Grado 5 $d = 5/8$
(Tabla 8-9)

5.2) Precarga requerida

$$F_i = 0.75 A_t S_p$$

$$F_i = 0.75 \times (0.226) \text{ in}^2 \times 85 = 14.4075 \text{ kip.}$$

6) Número de pernos

$$S_p = \frac{n C(P)}{A_t N} + \frac{F_i}{A_t}$$

→ La tensión de precarga es fija en todos los pernos se debe dividir la componente externa

Despejando N (número de pernos)

$$N = \frac{C n P}{S_p A_t - F_i} = \frac{0.3679(2) 36 \text{ kip}}{85 \cdot 0.226 - 14.4} = 5.5$$

⇒ 6 pernos

$$n = \frac{S_p A_t - F_i}{C \cdot (P/N)} = \frac{85 \times 0.226 - 14.4}{0.3679 \times \frac{36}{6}} = 2.18$$