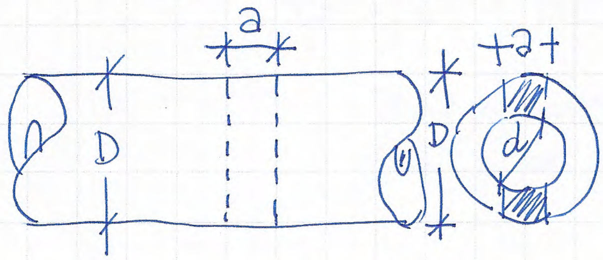
EJEMPLO: ESFUERZOS COMBINADOS EN FATIGA

Para un eje de acero AISI 1018 estirado en frío de 42 mm de diámetro y espesor 4 mm, que tiene un agujero pasado de 6 mm de diámetro taladrado en dirección transversal, estime el factor de seguridad que protege contra fallas por fatiga y estática para las siguientes condiciones de carga:



A) Torsión completamente reversible de 120 N·m en fase con momento flector completamente reversible de 150 N·m

B) Torsión pulsante de 20 N·m a 160 N·m, y momento flector constante de 150 N·m

SOLUCIÓN – PARTE A

El procedimiento habitual es primero calcular la resistencia y luego los esfuerzos. Posteriormente se relacionan ambos.

1) Datos del material: Tabla A-20, $S_{ut} = 440\ \text{MPa} = 64\ \text{kpsi}$

$S_y = 370\ \text{MPa} = 54\ \text{kpsi}$

2) Límite de resistencia: $S'_e = 0.5\, S_{ut} = 220\ \text{MPa}$

3) Factores de Marin

3.1) Factor de superficie: $K_a = 4.51(440)^{-0.265} = 0.899$

3.2) Factor de tamaño:

$$K_b = \left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.107} = \left(\frac{42}{7.62}\right)^{-0.107} = 0.833$$

3.3) Factor de carga: Este factor va aplicado en las expresiones del esfuerzo de Von Mises.

Por lo tanto:

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot \underbrace{K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot K_f}_{1.0}(S'_e) = 0.899 \times 0.833 \times 220 = 164.75\ \text{MPa}$$

$S_e = 165\ \text{MPa}$

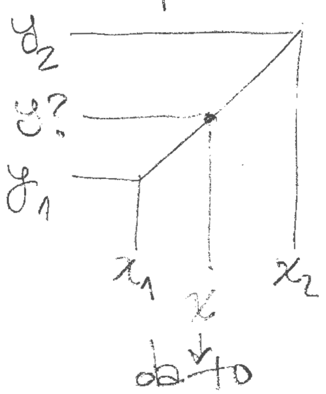
4) Factores de concentración de esfuerzo
Se obtienen de la tabla A-16

$a/D = 6/42 = 0.14286$
$d/D = 34/42 = 0.8095$

No están disponible estos factores directamente de la tabla, por tanto debemos interpolar.

Para $d/D = 0.8$, $a/D = 0.125$
$d/D = 0.8$, $a/D = 0.150$

interpolacion Lineal



$$\rightarrow \frac{y - y_1}{x - x_1} = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$y = y_1 + (x - x_1)\left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right)$$

Para Flexión (A, Kt)

$x_1 = 0.125 \qquad y_1 = 2/3(0.82 - 0.82) + 0.82 = 0.82$
$x_2 = 0.150 \qquad y_2 = 2/3(0.79 - 0.79) + 0.79 = 0.79$

$$A = 0.82 + (0.143 - 0.125)\left(\frac{0.79 - 0.82}{0.150 - 0.125}\right)$$

$$\boxed{A = 0.7984}$$

Primero para $d/D = 0.8$

Kt $\quad y_2 = 2/3(2.41 - 2.32) + 2.32 = 2.38$
$y_1 = 2/3(2.39 - 2.29) + 2.29 = 2.36$

$$Kt = 2.36 + (0.143 - 0.125)\left(\frac{2.38 - 2.36}{0.150 - 0.125}\right) = 2.374$$

Para torsión (A, Kts)

$x_1 = 0.125 \quad y_1 = 0.91 \quad x = 0.143$

$x_2 = 0.150 \quad y_2 = 0.89 \quad y = A\ ?$

$$A = 0.91 + (0.143 - 0.125)\left(\frac{0.89 - 0.91}{0.150 - 0.125}\right) = 0.8956$$

$A = 0.896$

para este valor de A, $K_{ts} = 1.75$ (Directamen de la tabla porque tenemos $A = 0.89$ disponible en la tabla, no es necesario interpolar).

Resumen

	A	K_t o K_{ts}
Flexión	0.798	2.374
Torsión	0.896	1.750

5) Esfuerzos nominales

5.1) Flexión (De la tabla A-16)

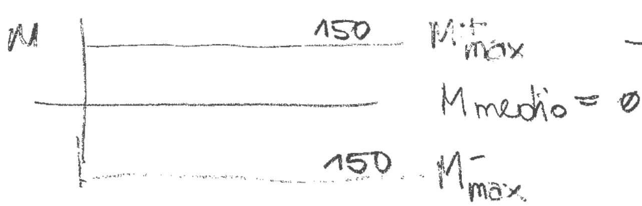
$$\sigma_0 = \frac{M}{Z_{neto}} \qquad Z_{neto} = \frac{\pi A}{32 D}\left(D^4 - d^4\right) \qquad d = D - 2t$$

Z_{neto}: valor reducido del módulo de flexión

$$Z_{neto} = \frac{\pi(0.798)}{32(42)}\left(42^4 - 34^4\right) = 3312 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_0 = \frac{150 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{mm}}{3312 \text{ mm}^3} = 45.295 \text{ MPa}$$

$\sigma_0 = \sigma_a$: esfuerzo de flexión alternante



$$\longrightarrow \quad M_a = \frac{M^+ - M^-}{2} = 150 \text{ N}\cdot\text{m}$$

5.2) Torsión

$$J_{neto} = \frac{\pi A}{32}(D^4 - d^4) = \frac{\pi(0.896)}{32}(42^4 - 34^4) = 156\,169 \text{ mm}^4$$

$$\tau_\phi = \frac{T\, r}{J_{neto}} = \frac{120 \times 10^3 \text{ N·mm} \times 21 \text{ mm}}{156\,169 \text{ mm}^4} = 16.136 \text{ MPa}$$

6) Esfuerzos Máximos:

Debemos aplicar los factores de concentración de esfuerzos por fatiga: K_f y K_{fs}

Flexión: figura 6-20 [r = 3 mm] Sut = 64 kpsi

$\hookrightarrow q_f = 0.78$

Torsión: Figura 6-21 [r = 3 mm]; Sut = 64 kpsi

$\hookrightarrow q_{fs} = 0.96$

Con la sensibilidad de la muesca obtenemos los fatores K_f y K_{fs}

$$K_f = 1 + q_f(K_{tf} - 1) = 1 + 0.78(2.374 - 1) = 2.07$$
$$K_{fs} = 1 + q_{fs}(K_{ts} - 1) = 1 + 0.96(1.750 - 1) = 1.72$$

Ahora aplicamos los factores de concentración a los esfuerzos nominales y obtenemos los esfuerzos maximos para flexión y torsión:

$$\sigma_a = K_f \cdot \sigma_{\phi a} = 2.07 \times 45.295 = 93.76 \text{ MPa}$$

$$\tau_a = K_{fs} \cdot \tau_{\phi a} = 1.72 \times 16.136 = 27.75 \text{ MPa}$$

$\sigma_m = \tau_m = 0$: El esfuerzo medio es cero, la carga es completamente reversible.

$\sigma_a = 94$ MPa $\quad \sigma_m = \emptyset$

$\tau_a = 28$ MPa $\quad \tau_m = \emptyset$

7) ESFUERZOS DE VON MISES

7.1) Para la componente alternante:

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}$$

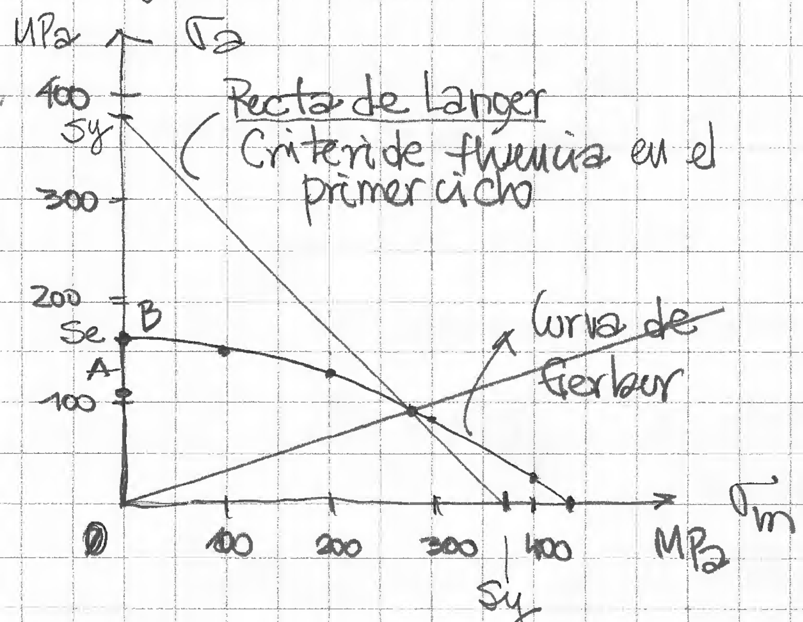
(Esta expresión está particularizada para eps)

OBS: La expresión completa para el esfuerzo plano es:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x\sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2}$$

$$\left.\begin{aligned}\sigma'_a &= \sqrt{(94)^2 + 3(28)^2} \approx 106 \text{ MPa} \\ \sigma'_m &= \emptyset \text{ MPa}\end{aligned}\right\} \text{Punto en Gráfico de Falla}$$

Gráfico de Falla



A($\emptyset$, 106)

Sut = 440

Se = 165 MPa

$$\frac{S_a}{S_e} + \left(\frac{S_m}{S_{ut}}\right)^2 = 1$$

$$\left(\frac{S_a}{165}\right) + \left(\frac{S_m}{440}\right)^2 = 1$$

$$S_a = 165\left(1 - \left(\frac{S_m}{440}\right)^2\right)$$

Factor de seguridad

$$n_f = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{S_e}{\sigma_a} = \frac{165}{106} = 1.56$$

SOLUCIÓN – PARTE (B)

1) Resistencia del Material:
(Igual que para la parte (A)) $\Rightarrow S_e = 165$ MPa

Se repite lo mismo para las secciones (1), (2), (3) y (4)

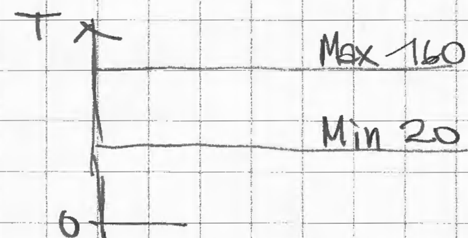
5) Esfuerzos nominales

5.1) Estados de carga:

– Torsión pulsante $\Rightarrow T_{max} = 160$; $T_{min} = 20$ (N·m)

– Flexión constante $\Rightarrow M_{max} = 150$; $M_{min} = 150$ (N·m)

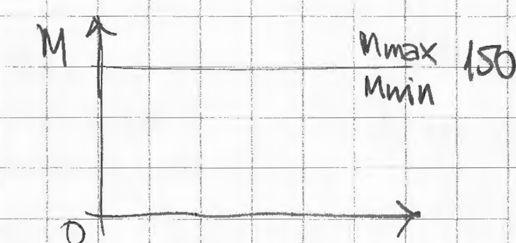
Torsión (Pulsante)



$$T_a = \frac{160-20}{2} = 70 \text{ N·m}$$

$$T_m = \frac{160+20}{2} = 90 \text{ N·m}$$

Flexión (constante)



$$M_a = \varnothing$$

$$M_m = 150 \text{ N·m}$$

5.2) Componentes del esfuerzo (nominal)

$$\tau_{a\varnothing} = \frac{T_a \cdot r}{J_{neto}} = \frac{70\times10^3 \times 21}{156169} = 9.413 \text{ MPa}$$

$$\tau_{m\varnothing} = \frac{T_m \cdot r}{J_{neto}} = \frac{90\times10^3 \times 21}{156169} = 12.102 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{a\varnothing} = M_a / W_{neto} = \varnothing$$

$$\sigma_{m\varnothing} = M_m / W_{neto} = \frac{150\times10^3}{3312} = 45.290 \text{ MPa}$$

6) Esfuerzos Máximos

6.1) Factores de concentración de esfuerzos:

$K_f = 2.07$
$K_{fs} = 1.72$ } Los mismos que para la parte (A)

6.2) Esfuerzos Maximos

$\sigma_a = K_f \cdot \sigma_{a0} = 0$

$\sigma_m = K_f \cdot \sigma_{m0} = 2.07 \times 45.290 = 93.750\,(MPa)$

$\tau_a = K_{fs} \cdot \tau_{a0} = 1.72 \times 9.413 = 16.190\,(MPa)$

$\tau_m = K_{fs} \cdot \tau_{m0} = 1.72 \times 12.102 = 20.815\,(MPa)$

7) Componentes de Von Mises

$$\sigma_a' = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} = \sqrt{(0)^2 + 3(16.2)} = 28.06 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m' = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2} = \sqrt{(94)^2 + 3(21)^2} = 100.79 \text{ MPa}$$

8) Factor de seguridad de Gerber

$$nf = \frac{1}{2}\left(\frac{Sut}{\sigma_m}\right)^2 \frac{\sigma_a}{Se}\left(-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2 \times \sigma_m \times Se}{Sut \times \sigma_a}\right)^2}\right)$$

$$nf = \frac{1}{2}\left(\frac{440}{100.79}\right)^2 \frac{28.06}{165}\left(-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2 \times 100.79 \times 165}{440 \times 28.06}\right)^2}\right) = 3.036$$

Factor de seguridad contra fluencia de primer ciclo

$$n_y = \frac{Sy}{\sigma_a' + \sigma_m'} = \frac{370}{28.06 + 100.79} = 2.872 < nf = 3.036$$

Fallaría por fluencia en el primer ciclo