EJEMPLO: ESFUERZOS FLUCTUANTES.

Para una barra $D = 1.5$ in, mecanizada, AISI 1050 estirado en frío, sometida a tensión fluctuante $0 - 16$ kip, se pide determinar las resistencia Sa y Sm; y el factor de seguridad para

a) Criterio de Gerber
b) Criterio de ASME elíptica.
c) Criterio de Goodman Modificado
d) Criterio de Soderberg

Considere un factor de concentración de esfuerzos por fatiga $K_f = 1.85$

1) DATOS DEL MATERIAL (TABLA A-20 Shigley)

AISI 1050 CD
$S_{ut} = 100$ kpsi $= 690$ MPa
$S_y = 84$ kpsi $= 580$ MPa

2) RESISTENCIA A LA FATIGA (Se)

2.1) Factores de Marin

k_a (Mecanizado) $= 2.70 \times (100)^{-0.265} = 0.797$

k_b (Forma) $= 1.00$ Para carga axial no hay efecto de tamaño

k_c (Carga axial) $= 0.85$

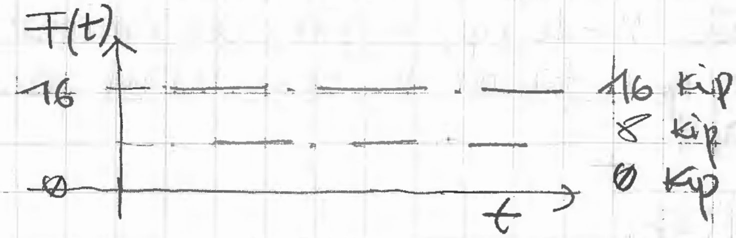
Otros factores $k_i = 1$

Por lo tanto, el límite de la resistencia se obtiene como:

$$S_e = k_a \cdot k_b \cdot k_c \underbrace{[0.5 S_u]}_{S'_e} = 0.797 \times 1.0 \times 0.85(50) = \underline{34 \text{ kpsi}}$$

3) COMPONENTES DEL ESFUERZO

3.1) Fuerzas de tensión



Fluctúa entre estos valores

$F_{max} = 16$ kip

$F_{min} = 0$ kip

$$\boxed{F_{med} = \frac{16+0}{2} = 8 \text{ kip}}$$

$$\boxed{F_{amp} = \frac{16-0}{2} = 8 \text{ kip}}$$

1 kip = 1000 lbf

1 kip = 4448 N = 4.448 kN

Observación: No se especifica la forma pero sé los máximos y mínimos. Para los cálculos la forma no tiene importancia

3.2) Componentes del esfuerzo axial nominal

$$\sigma_{0a} = \frac{P_a}{A} = \frac{4F_{amp}}{\pi d^2} = \frac{4 \times 8 \text{ kip}}{\pi \times 1.5\,(in)^2} = 4.53 \text{ kpsi}$$

$$\sigma_{0m} = \frac{P_m}{A} = \frac{4F_{med}}{\pi d^2} = \frac{4 \times 8 \text{ kip}}{\pi \times 1.5 \text{ in}^2} = 4.53 \text{ kpsi}$$

^ 1 kpsi = 6.89476 MPa

100 kpsi ≅ 690 MPa

3.3) Componentes del esfuerzo axial máximo

se obtiene aplicando el factor de concentración de esfuerzos por fatiga K_f

$$\sigma_a^{max} = \sigma_a = K_f\,\sigma_{0a} = 1.85 \times 4.53 \text{ kpsi} = 8.38 \text{ kpsi}$$

$$\sigma_m^{max} = \sigma_m = K_f\,\sigma_{0m} = 1.85 \times 4.53 \text{ kpsi} = 8.38 \text{ kpsi}$$

Con estas componentes ingresamos en las curvas que definen los criterios de falla.

4) CRITERIOS DE FALLA

4.1) Criterio de Falla de Gerber

Factor de seguridad de fatiga

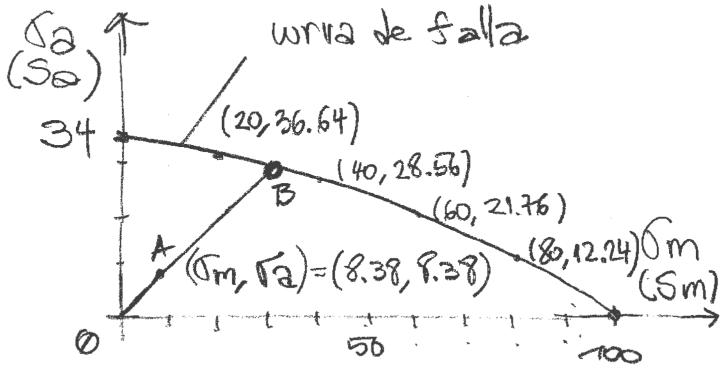
$$n_f = \frac{1}{2}\left(\frac{S_{ut}}{\sigma_m}\right)^2 \frac{\sigma_a}{S_e}\left[-1+\sqrt{1+\left(\frac{2\,\sigma_m\,S_e}{S_{ut}\,\sigma_a}\right)^2}\,\right]$$

$S_{ut} = 100$ kpsi $\qquad \sigma_a = 8.38$ kpsi

$\sigma_m = 8.38$ kpsi $\qquad S_e = 34$ kpsi

$$n_f = \frac{1}{2}\left(\frac{100}{8.38}\right)^2 \frac{8.38}{34}\left[-1+\sqrt{1+\left(\frac{2\times 8.38\times 34}{100\times 8.38}\right)^2}\,\right] = 3.68$$

4.2) Curva de Gerber



$$\frac{S_a}{S_e} + \left(\frac{S_m}{S_{ut}}\right)^2 = 1$$

$S_e = 34$ kpsi

$S_{ut} = 100$ kpsi

$$\frac{S_a}{34} + \left(\frac{S_m}{100}\right)^2 = 1$$

$S_m = 0 \Rightarrow S_a = 34$

$S_a = 0 \Rightarrow S_m = 100$

$S_m = 20 \Rightarrow S_a = S_a = 34\times(1-0.2^2) = 32.64$

Intersección: $S_a = \frac{r^2 S_{ut}^2}{2 S_e}\left[-1+\sqrt{1+\left(\frac{2 S_e}{r S_{ut}}\right)^2}\,\right]$; con $\underbrace{r = \frac{S_a}{S_m}}_{\text{Línea de Carga}}$

$S_m = S_a / r$

$r = \frac{8.38}{8.38} = 1 \Rightarrow S_a = \frac{(1)^2(100)^2}{2\times 34}\left(-1+\sqrt{1+\left(\frac{2\,34}{(1)\,100}\right)^2}\,\right)$

$S_a = 30.78$ kpsi

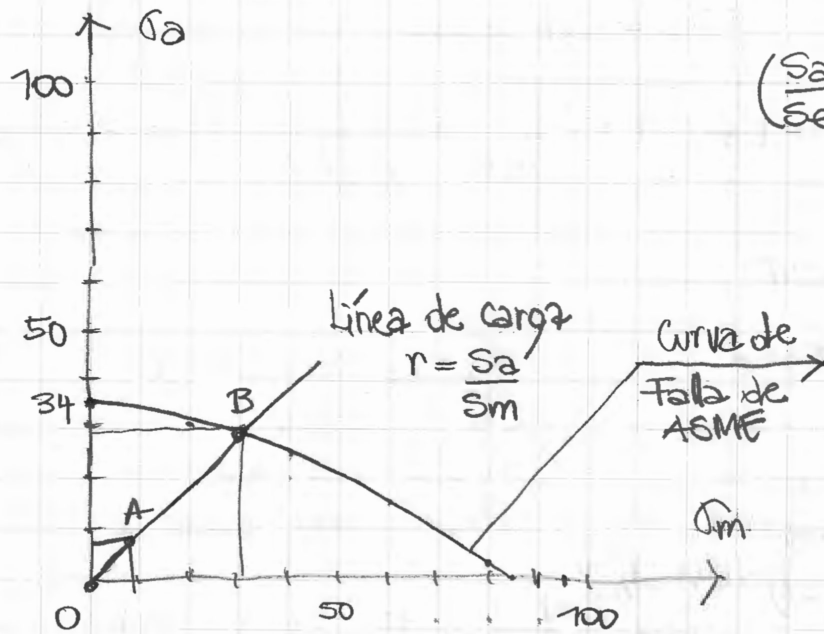
$S_m = 30.78$ kpsi $\qquad n_f = \frac{OB}{OA} = \frac{30.78\cancel{\sqrt{2}}}{8.38\cancel{\sqrt{2}}} = 3.68$

4.2) Criterio de falla de ASME-elíptica
Factor de seguridad

$$n_f = \sqrt{\frac{1}{(\sigma_a/S_e)^2 + (\sigma_m/S_y)^2}} = \sqrt{\frac{1}{(8.38/34)^2 + (8.38/84)^2}} = 3.76$$

$\sigma_a = 8.38$ kpsi $\quad S_e = 34$ kpsi
$\sigma_m = 8.38$ kpsi $\quad S_y = 84$ kpsi

Curva de Falla



$$\left(\frac{S_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{S_m}{S_y}\right)^2 = 1$$

$$\left(\frac{S_a}{34}\right)^2 + \left(\frac{S_m}{84}\right)^2 = 1$$

$$S_a = 34\sqrt{1 - \left(\frac{S_m}{84}\right)^2}$$

Sa	σm
20	32.073
40	26.29
60	16.65
80	3.16

Intersección en el punto B

$$S_a = \sqrt{\frac{r^2 S_e^2 S_y^2}{S_e^2 + r^2 S_y^2}} \; ; \text{ para } r = 1 \Rightarrow S_a = \sqrt{\frac{(34)^2(84)^2}{34^2 + 84^2}} = 31.52 \text{ kpsi}$$

$$S_m = r S_a = 31.52 \text{ kpsi}$$

$$n_f = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{31.52\sqrt{2}}{8.38\sqrt{2}} = 3.76$$

4.3) Criterio de Falla de Goodman Modificada

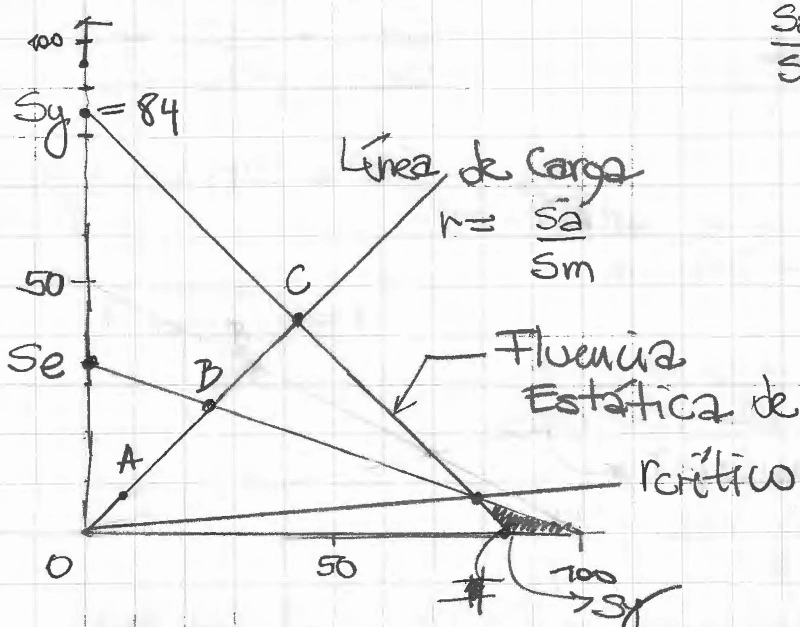
Factor de seguridad

$$n_f = \frac{1}{\sigma_a/S_e + \sigma_m/S_{ut}} = \frac{1}{(8.38/34) + (8.38/100)} = 3.0278$$

$\sigma_a = 8.38$ kpsi $\quad S_e = 34$ kpsi

$\sigma_m = 8.38$ kpsi $\quad S_{ut} = 100$ kpsi

Curva de Falla



$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_{ut}} = 1$$

$$\frac{S_a}{34} + \frac{S_m}{100} = 1$$

$$S_a = 34\left(1 - \frac{S_m}{100}\right)$$

$$r = \cancel{\sigma_a}/\cancel{\sigma_m} = 1$$

Intersección en punto B

$$S_a = \frac{r\,S_e\,S_{ut}}{r\,S_{ut} + S_e} = \frac{(34)(100)}{34+100}$$

$$n_f = \frac{\overline{OB}}{\overline{OC}} = \frac{25.37\cancel{\sqrt{2}}}{8.38\cancel{\sqrt{2}}} = 3.0278$$

$S_a = 25.37$ kpsi

$S_m = S_a \cdot r = 25.37$ kpsi

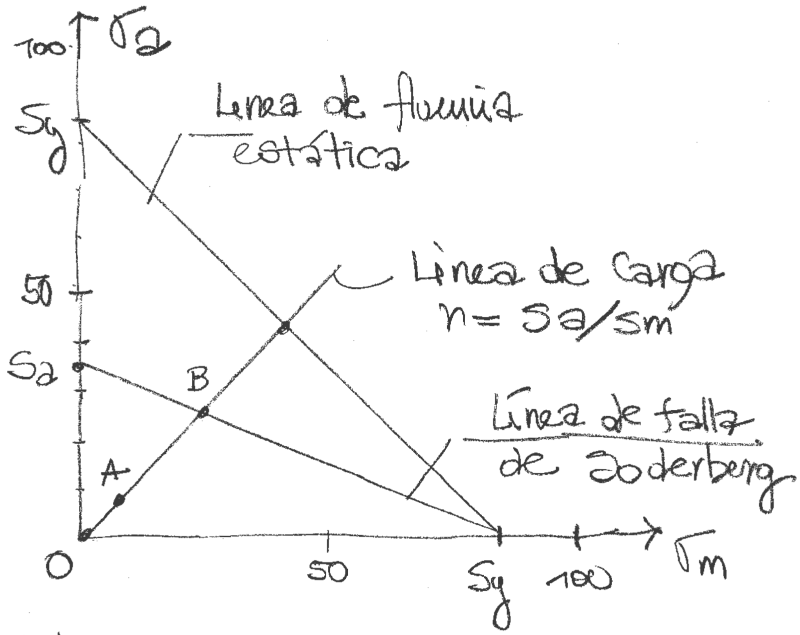
La zona "achurada" # muestra que usando un criterio estático (falla de primer ciclo) basado en la fluencia (S_y) podría controlar el diseño.

4.4) Criterio de Falla de Soderberg

$$nf = \frac{1}{\sigma_a/S_e + \sigma_m/S_y} = \frac{1}{\frac{8.38}{34} + \frac{8.38}{84}} = 2.888$$

$\sigma_a = \sigma_m = 8.38$ kpsi ; $S_e = 34$ kpsi ; $S_y = 84$ kpsi

Curva de Falla



$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_y} = 1$$

$$S_a = 34\left(1 - \frac{S_m}{84}\right)$$

$$r = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = 1$$

Intersección $\rightarrow$ $S_a = \frac{r\,S_e \cdot S_y}{r S_y + S_e} = \frac{34 \cdot 84}{34+84} = 24.203$ kpsi

$S_m = S_a \cdot r = 24.203$ kpsi

$$nf = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{24.203\sqrt{2}}{8.38\sqrt{2}} = 2.882.$$

OBS: Aqui no tiene importancia la linea de Fluencia para el primer ciclo, puesto que el criterio de falla esta limitado a S_y en el eje "x"