



UdeSantiago
de Chile

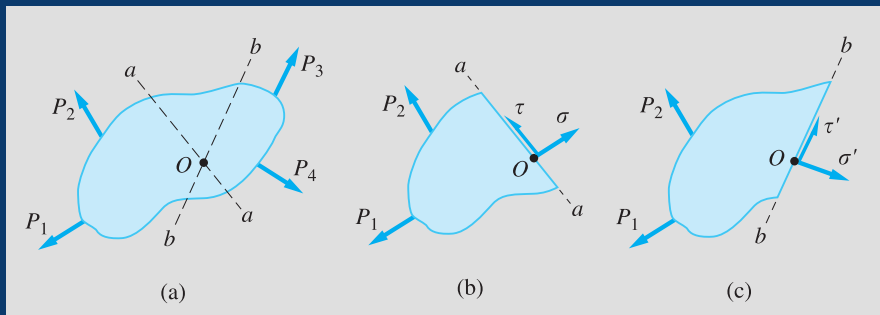
C15153
Resistencia de Materiales
Esfuerzos Combinados

Roberto Ortega, Ph.D

Esfuerzos Combinados

Variación del esfuerzo con la orientación

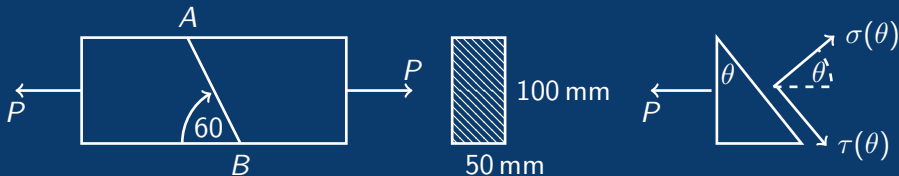
Consideremos un sólido sometido a diferentes fuerzas en equilibrio (a). Es fácil comprobar que los esfuerzos (σ, τ) calculados en el punto O para un plano de exploración $a - a$ (b), serán distintos que los esfuerzos (σ', τ') calculados en el mismo punto O para un plano diferente de exploración $b - b$ (c).



Esfuerzos Combinados

Ejemplo

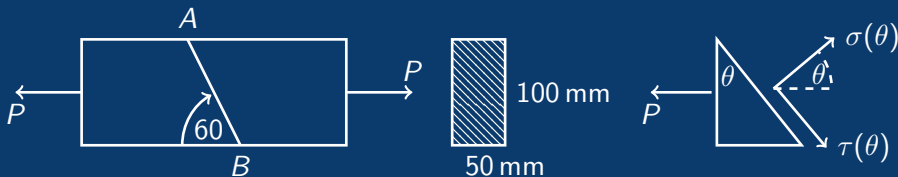
Dos piezas de madera de 50×100 mm de sección serán unidas a lo largo de la junta AB , como muestra la figura. Calcule los esfuerzos en el plano de unión entre ambas piezas considerando $P = 100$ kN.



Esfuerzos Combinados

Ejemplo

Dos piezas de madera de 50×100 mm de sección serán unidas a lo largo de la junta AB , como muestra la figura. Calcule los esfuerzos en el plano de unión entre ambas piezas considerando $P = 100$ kN.



$$(\sigma A') \cos \theta + (\tau A') \sin \theta = P$$

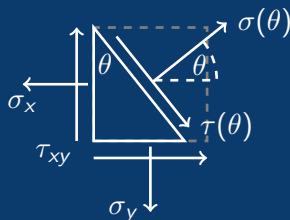
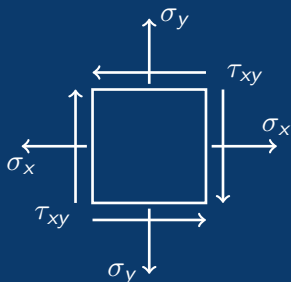
$$(\sigma A') \sin \theta - (\tau A') \cos \theta = 0$$

$$\text{con } A' = \frac{A}{\cos(\theta)}.$$

Para un determinado punto, donde se tiene un estado plano de esfuerzos dado por $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$, los esfuerzos normal y tangencial en un plano orientado según θ están dados por

$$\sigma(\theta) = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\tau(\theta) = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta$$



Las expresiones analíticas pueden ser interpretadas a través del **Círculo de Mohr**, mediante el cual se pueden graficar todos los esfuerzos ($\sigma_\theta, \tau_\theta$) posibles en un punto en función de θ .

Escribiendo las expresiones analíticas de la siguiente forma:

$$\sigma_\theta - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta$$
$$\tau_\theta = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta$$

Elevando al cuadrado ambas expresiones, sumando y simplificando se obtiene

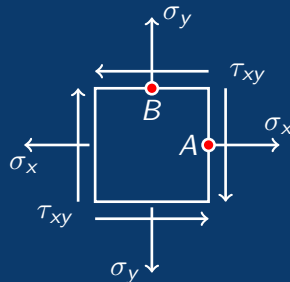
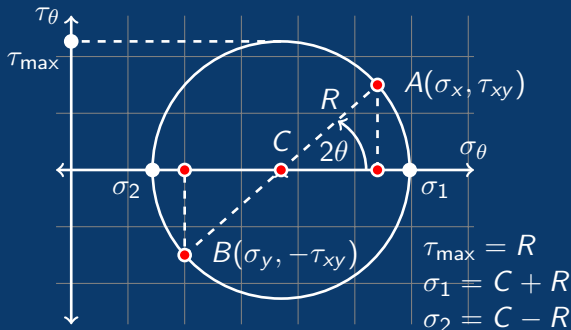
$$\left(\sigma_\theta - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_\theta^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2$$

donde $(\sigma_\theta, \tau_\theta)$ son los esfuerzos para un determinado plano orientado según θ con respecto al estado de esfuerzos dado por $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$.

Reemplazando los términos constantes por R y C se llega a

$$(\sigma_\theta - C)^2 + \tau_\theta^2 = R^2$$

Circulo de Mohr

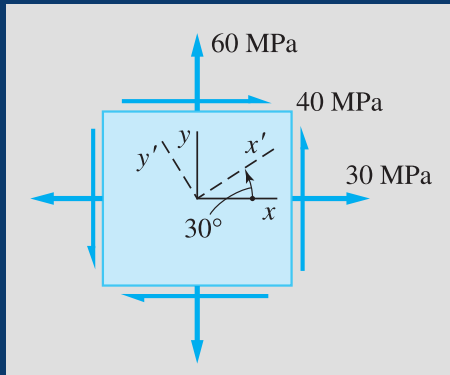


donde $C = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$ es el **centro** y $R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$ el **radio**.

Esfuerzos Combinados

Ejemplo

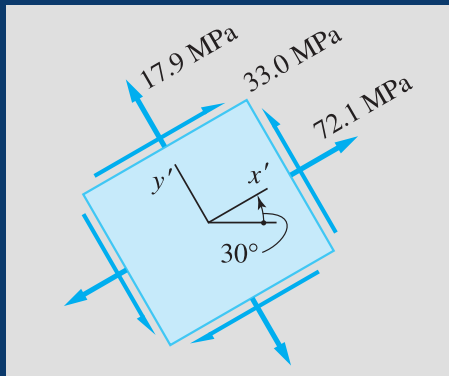
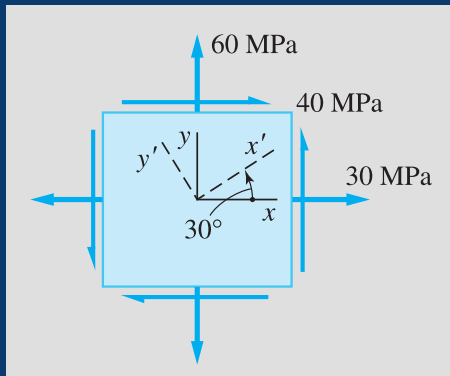
En un cierto punto de un sólido se obtiene el siguiente estado plano de tensiones dado en la figura.



Esfuerzos Combinados

Ejemplo

En un cierto punto de un sólido se obtiene el siguiente estado plano de tensiones dado en la figura.

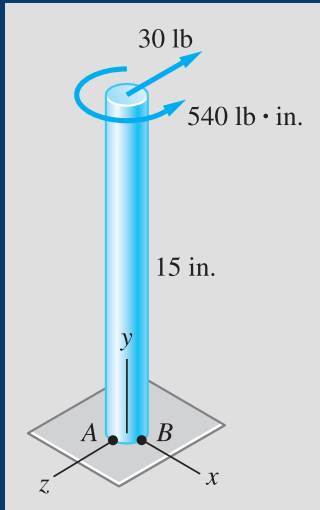


El **Círculo de Mohr** se usa principalmente para el diseño de piezas sometidas a cargas combinadas. El procedimiento general para el análisis es como sigue:

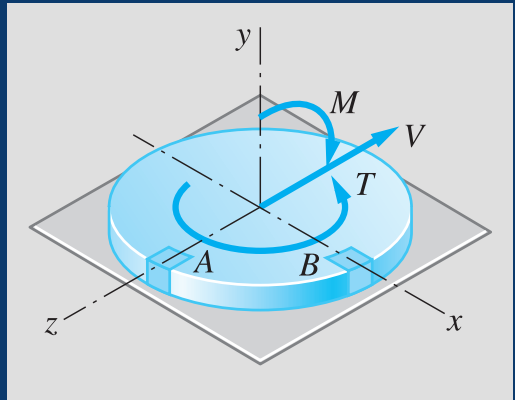
- Calcular el estado de tensiones en un punto crítico (de mayor esfuerzo).
- Dibujar el Círculo de Mohr para el estado de tensiones del punto crítico.
- Usar el círculo de Mohr para calcular los esfuerzos relevante en el punto crítico, como los esfuerzos normales principales y el máximo esfuerzo de cortante.

Esfuerzos Combinados

Aplicación Círculo de Mohr: Ejes



Calcular el máximo esfuerzo normal en el punto A y B de la figura. La longitud de la barra es de 15 in y su radio de $\frac{3}{8}$ in.





UdeSantiago
de Chile

C15153
Resistencia de Materiales
Esfuerzos Combinados

Roberto Ortega, Ph.D