



UdeSantiago
de Chile

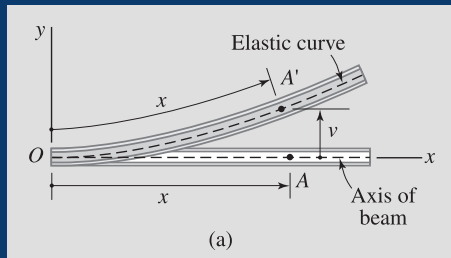
C15153
Resistencia de Materiales
Flexion: Deformación en vigas

Roberto Ortega, PhD

Flexión

Deformación en vigas: doble integración

La figura muestra la deformación debida a flexión de una viga empotrada en O . Puesto que los esfuerzos no superan el límite elástico la deformación y la pendiente son muy pequeñas (en la figura están exagerados).

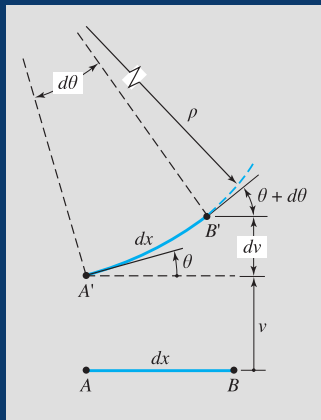


La curva deformada del eje neutro de la viga se denomina **curva elástica**.

Consideremos un punto A ubicado a una distancia x del punto fijo O . Tras la deformación el punto A se desplaza a una nueva posición A' .

El desplazamiento vertical de A se denota por v y se considera positivo hacia arriba (dirección positiva de y).

Puesto que la deformación es pequeña $OA = OA'$.



Consideremos una segmento diferencial $dx = AB$. Sobre la curva elástica tendremos $A'B'$ de igual longitud dx , como muestra la figura.

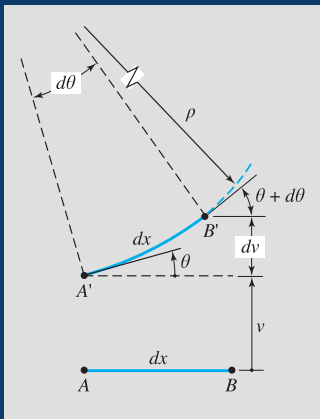
$$\frac{dv}{dx} = \sin \theta \approx \theta$$

La longitud de arco se puede calcular como

$$dx = \rho d\theta$$

Usando ambos resultados se tiene

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{d^2v}{dx^2} = \frac{1}{\rho}$$



De la deducción de la fórmula para calcular los esfuerzos debido a flexión se obtuvo la siguiente relación:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$$

Relacionando esta expresión con el resultado anterior se tiene

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$

Esta expresión se conoce como **ecuación diferencial de la elástica**. El producto EI se denomina rigidez a flexión de la viga.

Deformación en vigas: doble integración

Se denomina **método de doble integración** puesto que es necesario integrar dos veces para obtener la curva elástica.

Primera integración: pendiente

Realizando la primera integración se obtiene la pendiente de la curva, dada por:

$$v'(x) = \int \frac{M}{EI} + C_1$$

Segunda integración: deformada

Realizando la segunda integración se obtiene la ecuación de la curva, dada por:

$$v(x) = \int \int \frac{M}{EI} + C_1x + C_2$$

Las constantes de integración C_1 y C_2 se determinan a partir de las condiciones de apoyo.