



Ayudantía Diseño Mecánico

Ayudante: Geraldine Farías

Email: geraldine.farias@gmail.com

Pág. web curso:

<http://mecanica-usach.mine.nu/9558/>

Ayudantía N°4

- Falla estática ejes

Ejercicio N°1:

Falla de material dúctil bajo carga estática

La figura es una representación esquemática de un contraeje que sostiene dos poleas con bandas en V. En cada polea, las tensiones en las bandas son paralelas. Para la polea A considere que la tensión de la banda, cuando está suelta, es igual a 15% de la tensión que se presenta en el lado apretado. Para esta aplicación, se seleccionará un eje de acero UNS G10180 estirado en frío, con diámetro uniforme. Para un análisis estático con un factor de seguridad de 3.0, determine el tamaño de diámetro mínimo preferido. Use la teoría de la energía de distorsión.

Propuesto:

Repita el problema usando el esfuerzo cortante máximo.

Fórmulas:

$$\sigma_f = \frac{32 M}{\pi d^3} \quad \tau_T = \frac{16 T}{\pi d^3}$$

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2}$$

$$N = \frac{S_y}{\sigma'}$$

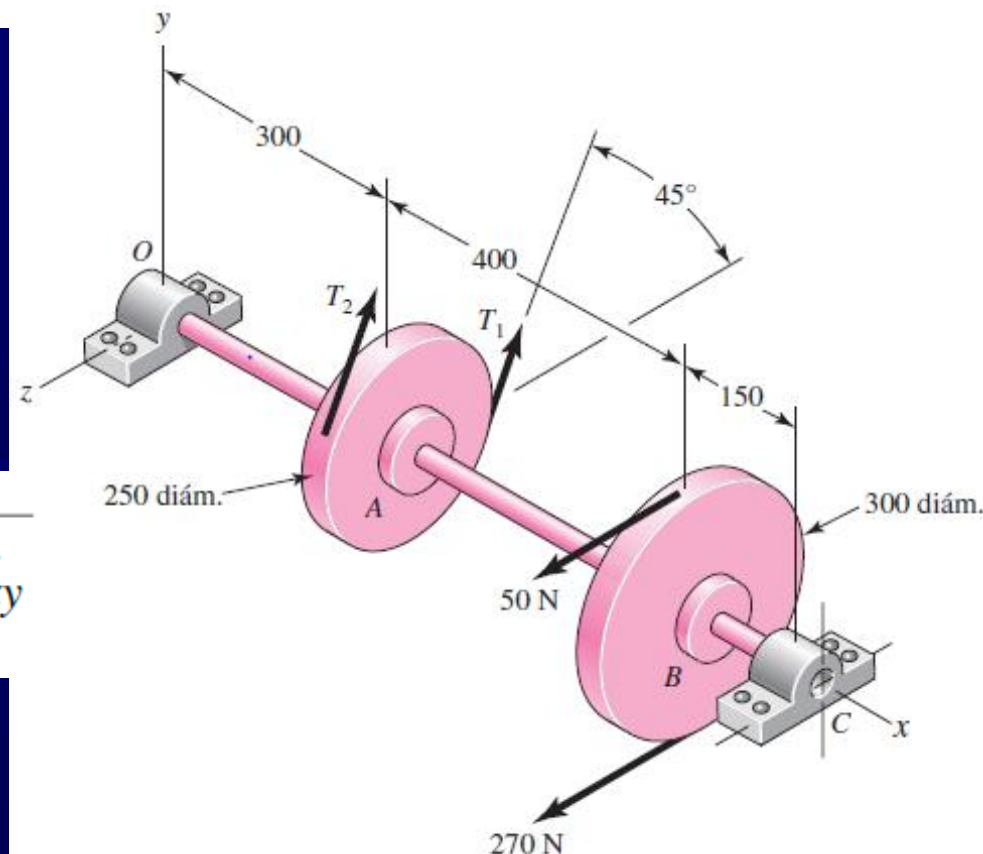


Tabla A-20

Resistencias mínimas determinísticas a la tensión y a la fluencia ASTM de algunos aceros laminados en caliente (HR) y estirados en frío (CD) [Las resistencias listadas son valores ASTM mínimos estimados en el intervalo de tamaños de 18 a 32 mm ($\frac{3}{4}$ a $1\frac{1}{4}$ pulg). Estas resistencias resultan adecuadas para usarse con el factor de diseño definido en la sección 1-10, a condición que los materiales se ajusten a los requisitos ASTM A6 o A568 o que se requieran en las especificaciones de compra. Recuerde que un sistema de numeración no es una especificación] Fuente: 1986 SAE Handbook, p. 2.15.

1	2	3	4	5	6	7	8
UNS núm.	SAE y/o AISI núm.	Procesa- miento	Resistencia a la tensión, MPa (kpsi)	Resistencia a la fluencia, MPa (kpsi)	Elongación en 2 pulg, %	Reducción en área, %	Dureza Brinell
G10060	1006	HR	300 (43)	170 (24)	30	55	86
		CD	330 (48)	280 (41)	20	45	95
G10100	1010	HR	320 (47)	180 (26)	28	50	95
		CD	370 (53)	300 (44)	20	40	105
G10150	1015	HR	340 (50)	190 (27.5)	28	50	101
		CD	390 (56)	320 (47)	18	40	111
G10180	1018	HR	400 (58)	220 (32)	25	50	116
		CD	440 (64)	370 (54)	15	40	126
G10200	1020	HR	380 (55)	210 (30)	25	50	111
		CD	470 (68)	390 (57)	15	40	131

Talla estática material dúctil.

Datos:

$$FS = 3.0$$

Material UNS G10180
Estrado en frío

Tabla A-20 Shigley
 $S_y = 370 \text{ MPa}$
 $S_u = 440 \text{ MPa}$

Rela A.

$$T_1 = 0,15 T_2$$

Se pide: diámetro eje, usando forma de la energía de distorsión \rightarrow Von Mises

Desarrollo:

Análisis eje.

$$T_1? T_2? \Rightarrow \sum T = 0.$$

$$\circlearrowleft T_B = (270 \text{ kg} \cdot 50) \cdot 0,150 = 33 \text{ Nm.}$$

$$\circlearrowright T_A = (T_1 - 0,15 T_2) \cdot 0,125 = 33 \text{ Nm}$$

$$\left. \begin{array}{l} \circlearrowleft T_B = 33 \text{ Nm} \\ \circlearrowright T_A = 33 \text{ Nm} \end{array} \right\} \sum T = 0$$

$$\Rightarrow T_1 = 310,6 \text{ N}$$

$$\Rightarrow T_2 = 46,6 \text{ N}$$

Análisis Eje.

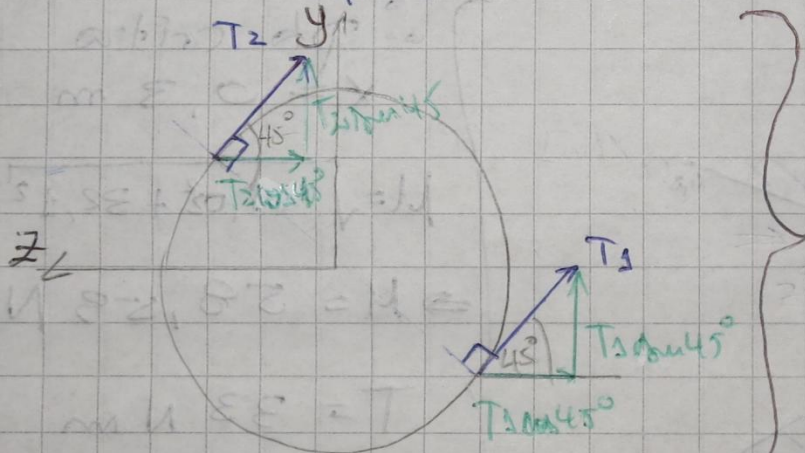
$$T_1? T_2? \Rightarrow \Sigma T = 0.$$

$$\left. \begin{aligned} Q T_B &= (270 \times 50) \cdot 0,150 = 33 \text{ Nm} \\ \checkmark T_A &= (T_1 - 0,15 T_2) \cdot 0,125 = 33 \text{ Nm} \end{aligned} \right\} \Sigma T = 0$$

$$\Rightarrow T_1 = 310,6 \text{ N}$$

$$\Rightarrow T_2 = 46,6 \text{ N}$$

• Análisis polea A.



$$\left. \begin{aligned} T_{1y} &= T_1 \sin 45^\circ \\ &= 219,627 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} T_{2y} &= T_2 \sin 45^\circ \\ &= 32,95 \end{aligned} \right\}$$

$$\Sigma T_y = 252,6 \text{ N}$$

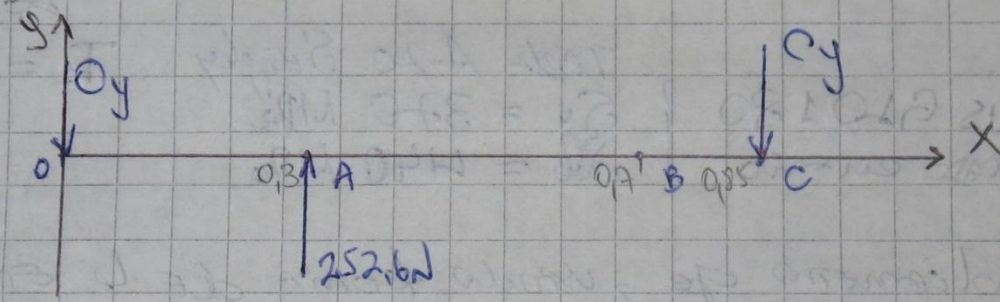
$$\left. \begin{aligned} T_{1z} &= T_1 \cos 45^\circ \\ &= 219,627 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} T_{2z} &= T_2 \cos 45^\circ \\ &= 32,95 \end{aligned} \right\}$$

$$\Sigma T_z = 252,6 \text{ N}$$

• Cálculo Reacciones

plano xy

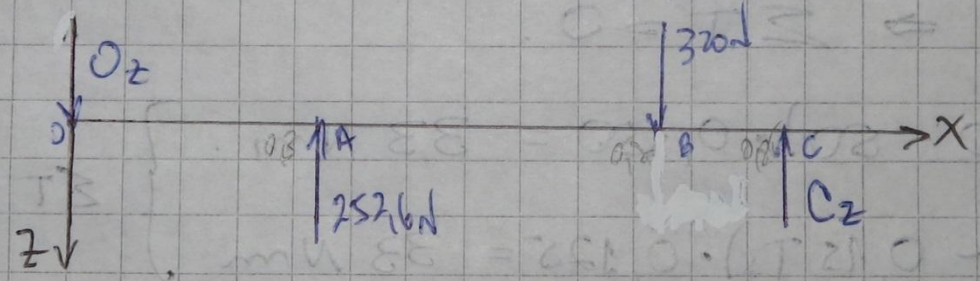


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow O_y + C_y = 252,6 \text{ N}$$

$$\sum M_o = 0 \Rightarrow C_y \cdot 0,85 = 252,6 \cdot 0,3 \Rightarrow C_y = 89,2 \text{ N}$$

$$\Rightarrow O_y = 163,4 \text{ N}$$

plano xz

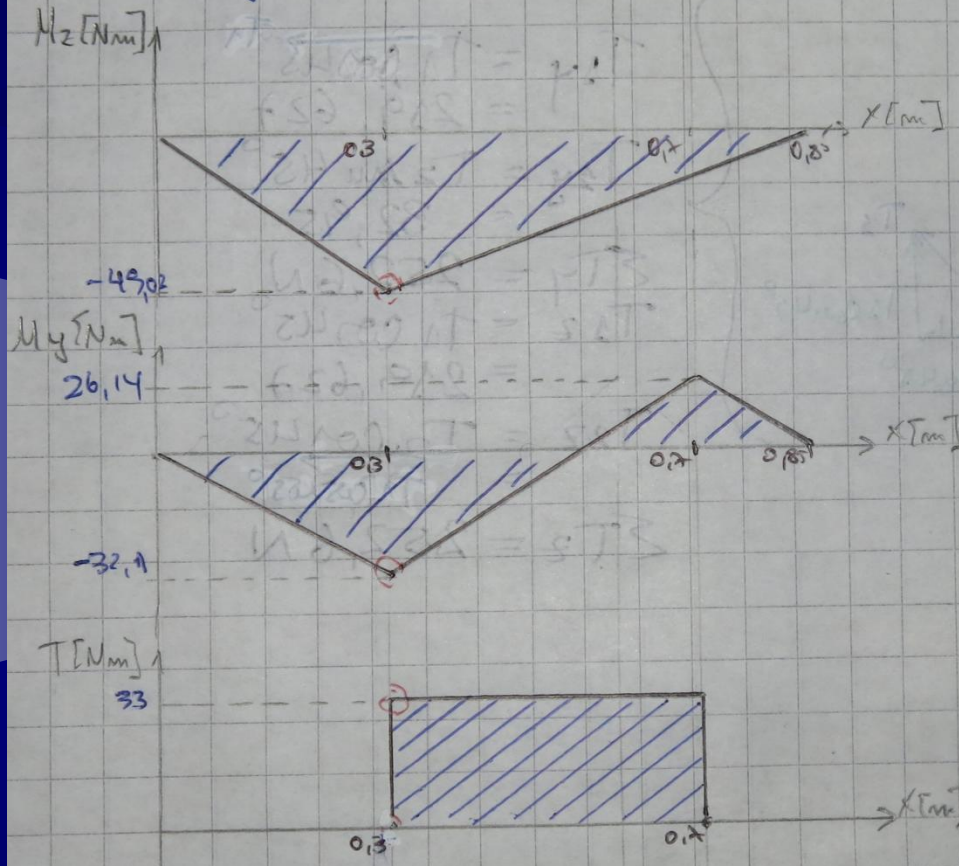


$$\sum F_z = 0 \Rightarrow O_z - C_z = 252,6 - 320$$

$$\sum M_o = 0 \Rightarrow 0,85 C_z = -252,6 \cdot 0,3 + 320 \cdot 0,7 \Rightarrow C_z = 114,4 \text{ N}$$

$$\Rightarrow O_z = 107 \text{ N}$$

Diagramas



\therefore pt crítico
 $x = 0,3 \text{ m}$

$$M = \sqrt{49,02^2 + 32,1^2}$$

$$\Rightarrow M = 58,59 \text{ Nm}$$

$$T = 33 \text{ Nm}$$

Esforços

$$\sigma_x = \frac{32 M}{\pi d^3} = \frac{32 (58,59)}{\pi d^3} \Rightarrow \sigma_x = \frac{596,8}{d^3}$$

$$\tau_{xy} = \frac{16 T}{\pi d^3} = \frac{16 (33)}{\pi d^3} \Rightarrow \tau_{xy} = \frac{168,1}{d^3}$$

Criterio de Falla Von Mises

$$\sigma' = \sqrt{\cancel{\sigma_x^2} + \cancel{\sigma_y^2} - \cancel{\sigma_x \sigma_y} + 3 \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma' = \sqrt{\left(\frac{596,8}{d^3}\right)^2 + 3 \left(\frac{168,1}{d^3}\right)^2} = \frac{664,0}{d^3}$$

$$\sigma' = \frac{664}{d^3}$$

$$N = \frac{S_y}{\sigma'}$$

$$3,0 = \frac{370 \times 10^6}{\frac{664}{d^3}} \Rightarrow d = 17,5 \times 10^{-3} \text{ m} = 17,5 \text{ mm}$$

$$\circ \circ \quad d = 18 \text{ mm}$$

Ejercicio N°2:

Falla de material frágil bajo carga estática

En la figura se muestra un eje montado en cojinetes, en los puntos A y D y tiene poleas en B y C. Las fuerzas que se muestran actúan en las superficies de las poleas y representan las tensiones de las bandas. El eje se hará de una fundición de hierro ASTM grado 25 usando un factor de diseño $n_d = 2.8$. ¿Qué diámetro se debe usar para el eje?

Fórmulas:

$$\sigma_f = \frac{32 M}{\pi d^3} \quad \tau_T = \frac{16 T}{\pi d^3}$$

Mohr-Coulomb frágil

$$\sigma_1 \geq S_{ut} \quad \text{o} \quad \sigma_3 \leq -S_{uc}$$

$$\sigma_A \geq S_{ut} \quad \text{o} \quad \sigma_B \leq -S_{uc}$$

$$\sigma_A, \sigma_B = \frac{\sigma_x}{2} \pm \left[\left(\frac{\sigma_x}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2}$$

$$\sigma_A = \frac{S_{ut}}{n} \quad \sigma_A \geq \sigma_B \geq 0$$

$$\frac{\sigma_A}{S_{ut}} - \frac{\sigma_B}{S_{uc}} = \frac{1}{n} \quad \sigma_A \geq 0 \geq \sigma_B$$

$$\sigma_B = -\frac{S_{uc}}{n} \quad 0 \geq \sigma_A \geq \sigma_B$$

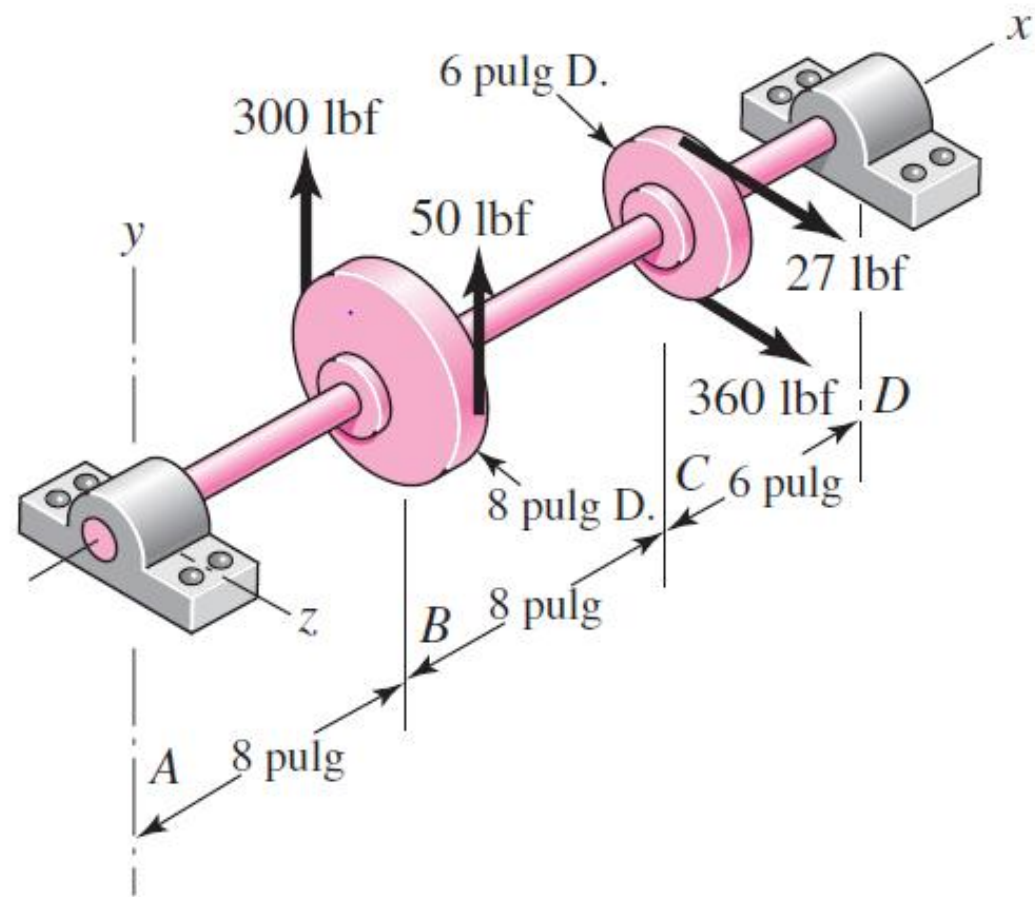


Tabla A-24

Propiedades mecánicas de tres metales no ferrosos

a) Propiedades típicas del hierro fundido gris

[El sistema de numeración de la American Society for Testing and Materials (ASTM) del hierro fundido gris es tal que los números corresponden a la *resistencia a la tensión mínima* en kpsi. En consecuencia, un hierro fundido núm. 20 ASTM tiene una resistencia a la tensión mínima de 20 kpsi. Observe en particular que las tabulaciones son *típicas* de varias coladas]

Número ASTM	Resistencia a la tensión S_{utr} kpsi	Resistencia a la compresión S_{ucr} kpsi	Módulo de ruptura por cortante S_{sur} kpsi	Módulo de elasticidad, Mpsi		Limite de resistencia a la fatiga* S_e , kpsi	Dureza Brinell H_B	Factor de concentración al esfuerzo a la fatiga K_f
				Tensión [†]	Torsión			
20	22	83	26	9.6-14	3.9-5.6	10	156	1.00
25	26	97	32	11.5-14.8	4.6-6.0	11.5	174	1.05
30	31	109	40	13-16.4	5.2-6.6	14	201	1.10
35	36.5	124	48.5	14.5-17.2	5.8-6.9	16	212	1.15
40	42.5	140	57	16-20	6.4-7.8	18.5	235	1.25
50	52.5	164	73	18.8-22.8	7.2-8.0	21.5	262	1.35
60	62.5	187.5	88.5	20.4-23.5	7.8-8.5	24.5	302	1.50

*Piezas pulidas o maquinadas.

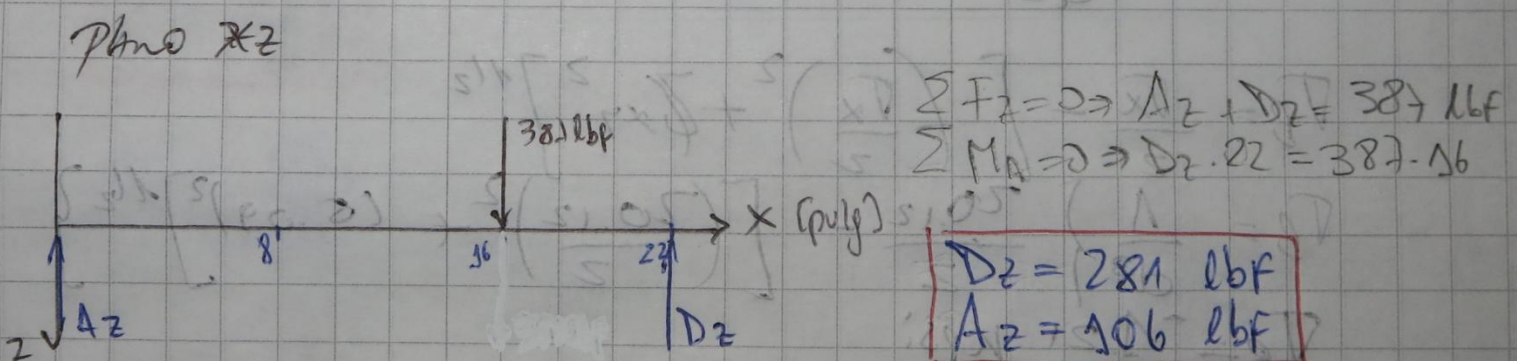
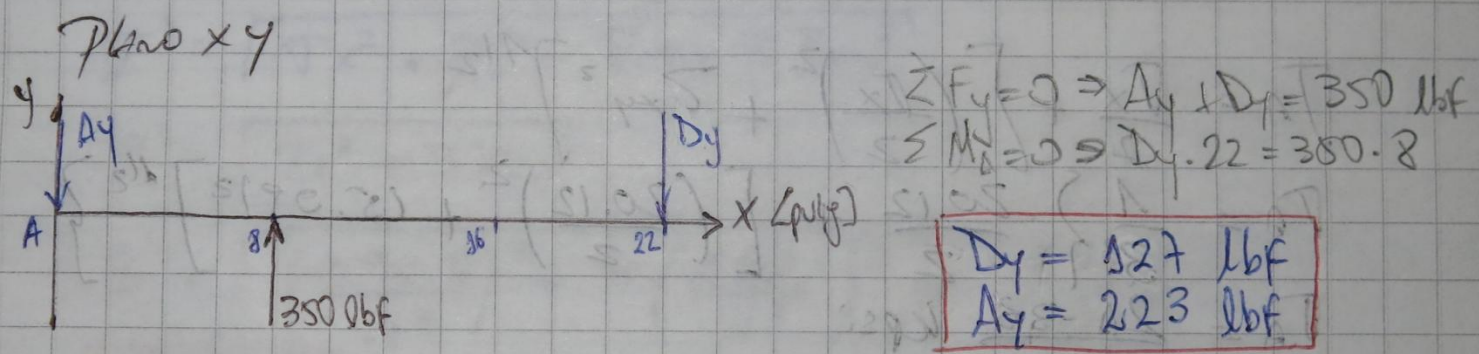
[†]El módulo de elasticidad del hierro fundido en compresión corresponde de manera muy cercana al valor superior en el intervalo dado para tensión y es un valor más constante que el de tensión.

Falla estática manual Frágil

Datos: $\sigma_{UTS} = 26 \text{ Kpsi}$ (ASTM 25) $\sigma_{UTS} = 94 \text{ Kpsi}$ (A-24)
ASTM 25 \rightarrow $S_{ut}(\text{min}) = 26 \text{ Kpsi}$
 $n_d = 2.8$ $S_{ut}(\text{max}) = 94 \text{ Kpsi}$

Se pide: diámetro

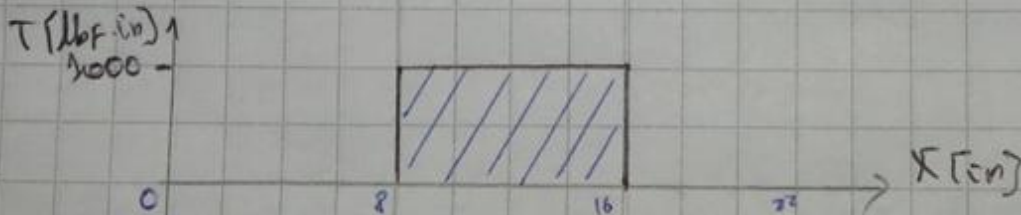
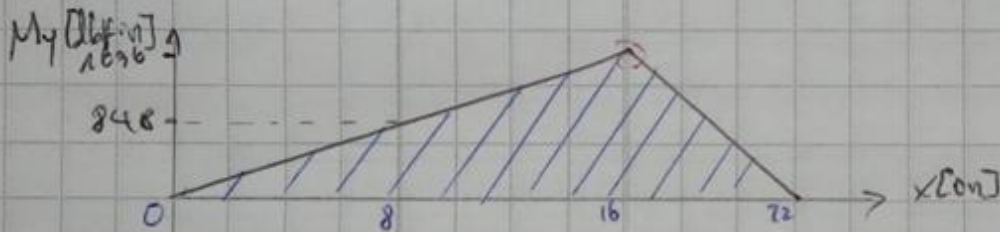
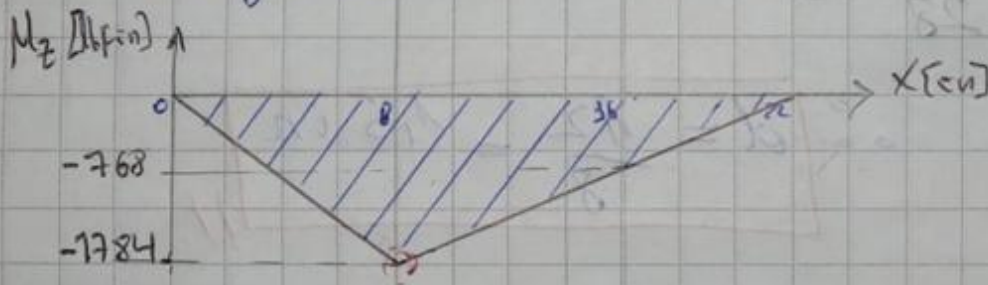
Cálculo reacciones



Cálculo Torsão.

$$\Sigma T = 0 \left\{ \begin{array}{l} \uparrow T_C = (360 - 27) \cdot 3 = 1000 \text{ lbf} \cdot \text{in} \\ \downarrow T_B = (300 - 50) \cdot 4 = 1000 \text{ lbf} \cdot \text{in} \end{array} \right.$$

Diagramas.



Análise pto crítico

$$x = 8 \text{ in.}$$

$$M(x=8 \text{ in}) = \sqrt{1284^2 + 848^2}$$

$$M(x=8 \text{ in}) = 1925 \text{ lbf} \cdot \text{in}$$

$$x = 16 \text{ in}$$

$$M(x=16 \text{ in}) = \sqrt{768^2 + 1696^2}$$

$$M(x=16 \text{ in}) = 1861 \text{ lbf} \cdot \text{in.}$$

∴ ponto crítico $x = 8 \text{ in}$

$$M = 1925 \text{ lbf} \cdot \text{in}$$

$$T = 1000 \text{ lbf} \cdot \text{in.}$$

Estruendo

$$\tau_x = \frac{32 M}{\pi d^3} = \frac{32 (1975)}{\pi d^3} \Rightarrow$$

$$\tau_x = \frac{20120}{d^3} \text{ psi}$$

$$\tau_{xy} = \frac{16 T}{\pi d^3} = \frac{16 (1000)}{\pi d^3} \Rightarrow$$

$$\tau_{xy} = \frac{5093}{d^3} \text{ psi}$$

Critério de Falha. Método de Von Mises

$$\sigma_A = \frac{\tau_x}{2} + \left[\left(\frac{\tau_x}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2}$$

$$\sigma_A = \frac{1}{d^3} \left\{ \frac{20.12}{2} + \left[\left(\frac{20.12}{2} \right)^2 + (5.09)^2 \right]^{1/2} \right\}$$

$$\sigma_A = \frac{21.33}{d^3} \text{ kpsi}$$

$$\sigma_B = \frac{\sigma_x}{2} - \left[\left(\frac{\sigma_x}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2}$$

$$\sigma_B = \frac{1}{d^3} \left\{ \frac{20.12}{2} - \left[\left(\frac{20.12}{2} \right)^2 + (8.09)^2 \right]^{1/2} \right\}$$

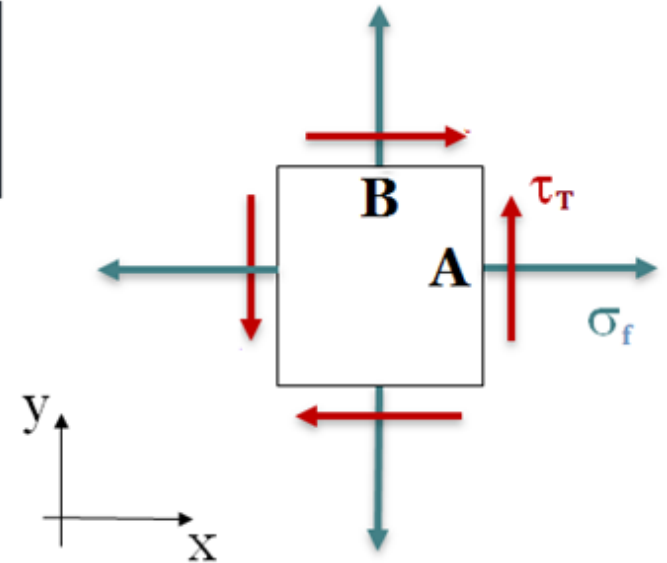
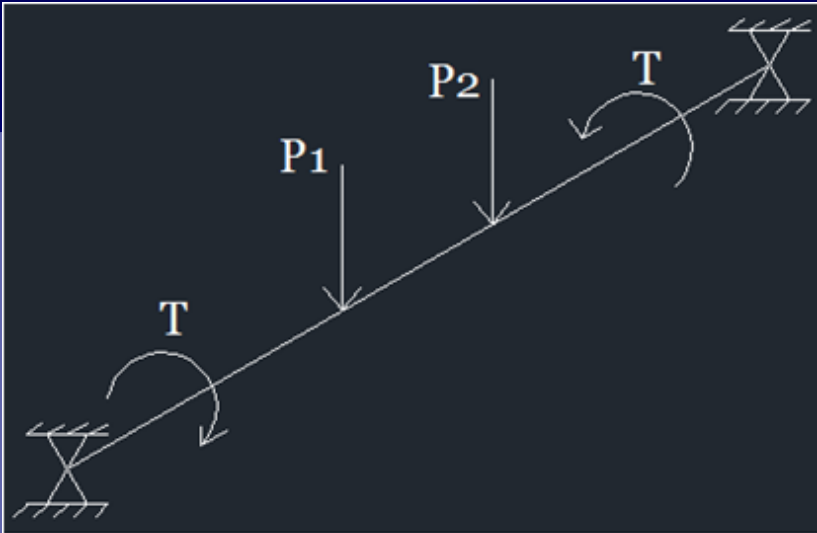
$$\sigma_B = \frac{-1.21}{d^3} \text{ kpsi}$$

$$\frac{\sigma_A}{S_{ut}} - \frac{\sigma_B}{S_{uc}} = \frac{1}{n}$$

$$\frac{21.33}{25 d^3} - \frac{-1.21}{97 d^3} = \frac{1}{28} \Rightarrow d = 1.34 \text{ in}$$

$$d = \frac{12}{8} = 1.5 \text{ in}$$

Cálculos de ejes



$$\sigma_f = \frac{M C}{I} \quad \tau_T = \frac{T R}{J}$$

En caso de cilindro macizo:

$$\sigma_f = \frac{32 M}{\pi d^3} \quad \tau_T = \frac{16 T}{\pi d^3} \quad \sigma_{max} = \frac{32 M_e}{\pi d^3} \quad \tau_{max} = \frac{16 T_e}{\pi d^3}$$

Torsor equivalente:

$$T_e = \sqrt{M^2 + T^2}$$

Momento equivalente:

$$M_e = \frac{1}{2} (M + T_e)$$

FALLAS CARGA ESTÁTICA

Diagrama de flujo para la selección de teorías de falla (Shigley)

