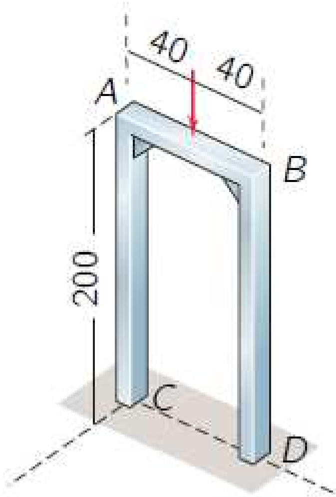
Problema 1 (2 pts): El marco fabricado en acero ASTM A36 (S_y = 210 MPa, S_u = 380 MPa, E = 210 GPa, ν = 0,3) debe diseñarse para resistir una carga de impacto debido a la caída de un masa M = 6 kg desde una altura de 110 cm. Se pide:

(a−1,0 pts) Determinar la carga de impacto sobre las columnas de sección transversal cuadrada 150x150 mm^2. Considere la barra superior AB infinitamente rígida (no se deforma durante el impacto).

(b−0,5 pts) Verificar si las columnas resisten la carga axial (use ED).

(c−0,5 pts) Determinar el factor de seguridad de pandeo.



Corrección masa M=600 kg

Datos:

ASTM A36 $S_y := 210MPa$ $S_u := 380MPa$ $E := 210GPa$ $\mu := 0.3$

Masa $W := 6000N$ $h := 110cm$

Columnas $a := 150 \cdot mm$ $L := 200cm$

Cálculos inercia-área:

$$I := \frac{a^4}{12} = 4.219 \times 10^{-5} \cdot m^4 \qquad I = 4.219 \times 10^{7} \cdot mm^4$$

$$A := a^2 = 0.023 \cdot m^2 \qquad A = 2.25 \times 10^{4} \cdot mm^2$$

Rigidez de Sistema en paralelo:

$$k_{colum} := \frac{E \cdot A}{L} = 2.362 \times 10^{9} \cdot \frac{N}{m}$$

$$k_{sist} := 2 \cdot k_{colum} = 4.725 \times 10^{9} \cdot \frac{N}{m}$$

Fuerza de Impacto:

$$F := W + W \cdot \sqrt{1 + \frac{2 \cdot h \cdot k_{sist}}{W}} = 7903.47 \cdot kN \qquad F_{colum} := \frac{F}{2} = 3951.735 \cdot kN$$

1 punto

Análisis columna: Condición empotrada-empotrada

$$r_g := \sqrt{\frac{I}{A}} = 0.043\,m$$

$$\lambda := \frac{L}{2 \cdot r_g} = 23.094$$

Como la esbeltes en menor a la esbeltes crítica (100 para Acero ASTM A36), la columna no es de Euler, corresponde a una columna de Johnson, por lo cual no es posible utilizar las fórmulas estudiadas de Euler.

1 punto

2014/S2/PEP2 DISEÑO MECÁNICO

Problema 2.

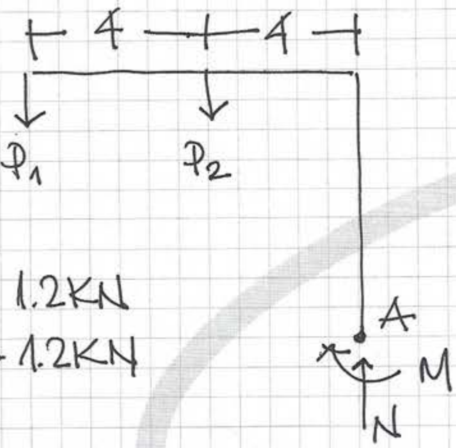
SAE 1030 HR → TABLA A20 Shigley

$fs = 2$ $\quad S_y = 260$ MPa

$D = 250$ $\quad S_u = 470$ MPa

(a) Puesto que el material es dúctil y usando un diseño conservador, el criterio más adecuado sería el criterio de Energía de Distorsión.

(b) Reacciones en el empotramiento "A"



$P_1 = 1.2KN$

$P_2 = 1.2KN$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = P_1 + P_2$

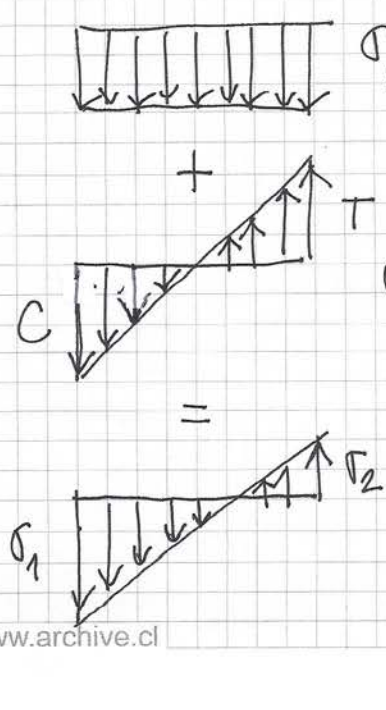
$N = 2.4 KN$

$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow M = P_1(8) + P_2(4)$

$M = 14.4 (KN \cdot m)$

$M = 14.4 \times 10^6 (N \cdot mm)$

- Esfuerzo normal en el empotramiento:



$\sigma_N = \frac{N}{A}$

$\sigma_M = \frac{Mc}{I}$

$\sigma_{(1,2)} = -\frac{N}{A} \pm \frac{Mc}{I}$

$c = \frac{D}{2}$

$A = \frac{\pi D^2}{4}$

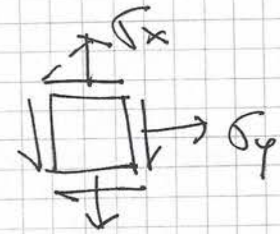
$I = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4)$

+ Despreciando el esfuerzo axial debido a la Reacción N el esfuerzo normal está dado por:

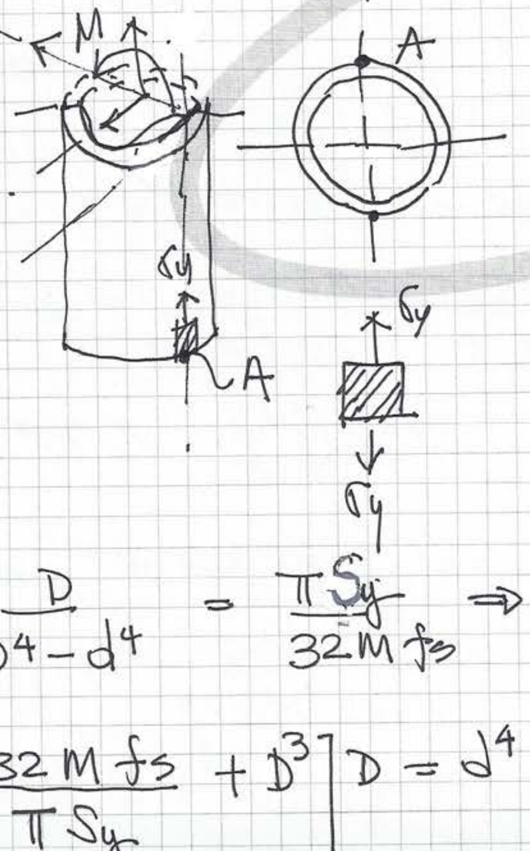
$$\sigma_M = \frac{MC}{I} = \frac{M(D/2)}{\frac{\pi}{64}(D^4-d^4)} = \frac{32M}{\pi}\frac{D}{D^4-d^4}$$

+ Para utilizar el criterio de energía de distorsión se debe calcular el esfuerzo equivalente de Von Mises, el cual está dado por:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x\sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2}$$



+ En nuestro caso solo tenemos esfuerzo normal en una dirección, por tanto, $\sigma_y \neq 0$ y $\sigma_x = \tau_{xy} = 0$



Por Tanto $\sigma' = \sigma_y = \sigma_M$

Para el diseño a la fluencia

$$\sigma' = \frac{S_y}{fs} = \sigma_M$$

$$\frac{32M}{\pi}\left(\frac{D}{D^4-d^4}\right) = \frac{S_y}{fs}$$

$$\frac{D}{D^4-d^4} = \frac{\pi S_y}{32M\,fs} \Rightarrow \frac{32MD\,fs}{\pi S_y} = D^4 - d^4$$

$$\left[-\frac{32M\,fs}{\pi S_y} + D^3\right]D = d^4 \Rightarrow d^4 = \left[-\frac{32(14.4\times10^6\,Nmm)(2)}{\pi(260\,N/mm^2)} + 250^3\right]D$$

$$d = 245.36\ mm$$

$$\Rightarrow \boxed{d = 245\ mm}$$

$$d = \sqrt[4]{250^4 - \frac{32(14.4)\times10^6(2.0)(N\cdot mm)}{\pi(260\ N/mm^2)}}$$

$d = 245.36\ mm \Rightarrow t = \left(\frac{D-d}{2}\right) = 2.32\ mm$

$d = 245\ mm\ (t = 2.5)$

$d = 244\ mm\ (t = 3.0)$

(c) El esfuerzo exacto está dado por (sin despreciar el esfuerzo axial):

$$\sigma_{(1,2)} = -\frac{N}{A} \pm \frac{Mc}{I}$$ (El esfuerzo máximo está dado para compresión)

$$\sigma_{max} = \frac{N}{A} + \frac{Mc}{I} \text{ (compresión)}$$

$$\sigma_{max} = \frac{4N}{\pi(D^2-d^2)} + \frac{32MD}{\pi(D^4-d^4)} = \frac{4(2400)(N/mm^2)}{\pi(D^2-d_i^2)} + \frac{32(14.4\times10^6)D\ (N/mm^2)}{\pi(D^4-d^4)}$$

Con $t = 2.5\ (mm)$, $d = 245\ mm$, $D = 250\ mm$ $\quad w = \frac{I}{c} = 1.1909\times10^5\ mm^3$

$$\sigma_{max} = \frac{9600}{\pi(250^2-245^2)} + \frac{32(14.4\times10^6)(250)}{\pi(250^4-245^4)} \quad A = 1.9439\times10^3\ mm^2$$

$$\sigma_{max} = \underset{(\approx 1\%)}{1.2347\ (MPa)} + \underset{(\approx 99\%)}{120.9213\ MPa} = 122.1559\ MPa$$

$fs = S_y/\sigma_{max} = 2.1284$

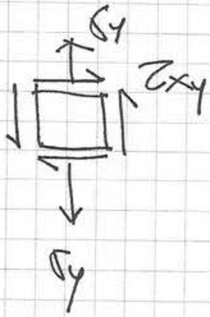
Con $t = 3.0\ (mm)$, $d = 244$, $D = 250\ mm$

$$\sigma_{max} = \frac{9600}{\pi(250^2-244^2)} + \frac{32(14.4\times10^6)(250)}{\pi(250^4-244^4)} \quad w = 1.4205\times10^5\ mm^3, \quad A = 2.3279\times10^3\ mm^2$$

$$\sigma_{max} = \underset{(\approx 1\%)}{1.0310\ (MPa)} + \underset{(\approx 99\%)}{101.3763\ (MPa)} = 102.4073\ MPa$$

$fs = S_y/\sigma_{max} = 2.5389$

(d) Considerando Torsión $T = 10$ kN·m



$$\sigma_y = \sigma_M + \sigma_N = 122.16 \text{ MPa} \quad (t = 2.5 \text{ mm})$$

$$\sigma_y = \sigma_M + \sigma_N = 102.40 \text{ MPa} \quad (t = 3.0 \text{ mm})$$

$$\tau_{xy} = \frac{16T}{\pi} \frac{D}{D^4 - d^4} = \frac{16 \times (10) \times 10^6 (250)}{\pi (250^4 - d^4)}$$

$$\tau_{xy} = 41.9866 \text{ MPa} \quad (t = 2.5 \text{ mm})$$

$$\tau_{xy} = 35.0001 \text{ MPa} \quad (t = 3.0 \text{ mm})$$

Esfuerzo equivalente de Von Mises.

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2}$$

$$\sigma' = 122.6704 \qquad fs = \frac{S_y}{\sigma'} = 2.1195 \quad (t=2.5 \text{ mm})$$

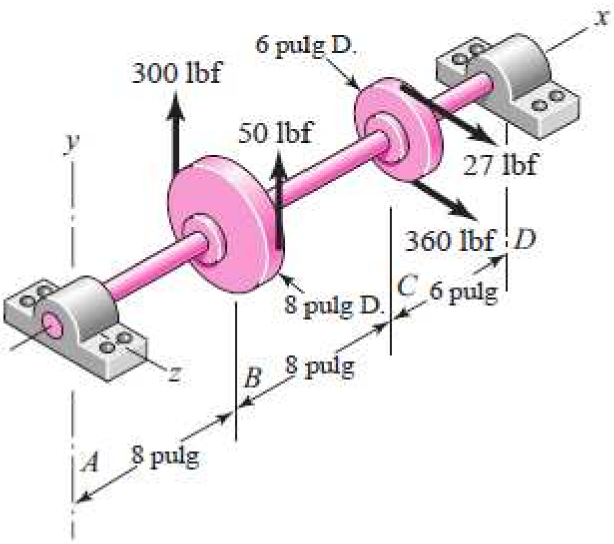
$$\sigma' = 102.9216 \qquad fs = \frac{S_y}{\sigma'} = 2.5262 \quad (t=3.0 \text{ mm})$$

Problema 3 (2 pts): Para el eje fabricado en hierro fundido ASTM Grado 35 y sometido a las cargas estáticas mostradas en la figura, se pide:

(a–0,5 pts) Dibuje los diagramas de cortante y momento para ambos planos de análisis; y determine los valores máximos a usar en el diseño.

(b–0,5 pts) Seleccione el criterio de falla más adecuado para este problema y justifique su respuesta.

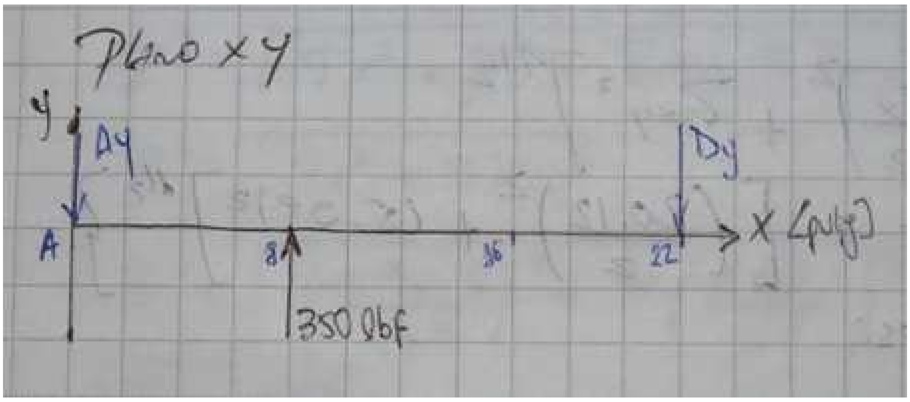
(c–1,0 pts) Calcule el factor de seguridad del eje bajo las cargas aplicadas usando un diámetro de sección transversal circular maciza $d = 2$ pulg.



Datos:

ASTM 35 $S_{ut} := 36500psi$ $S_{uc} := 124000psi$ $d := 2in$

Cálculo reacciones:



Plano xy:

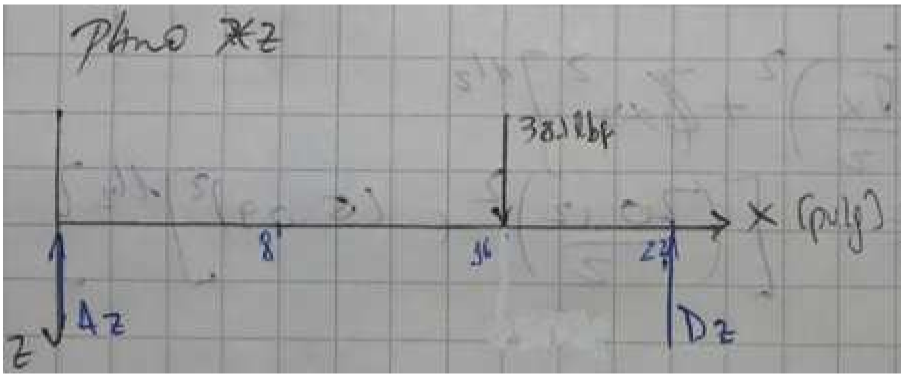
Sumatoria de fuerza en y: $A_y + D_y = 350\text{lbf}$

Sumatoria de momento en A: $D_y \cdot 22 = 350 \cdot 8\text{lbf} \text{ resolver } \rightarrow \dfrac{1400 \cdot \text{lbf}}{11}$

$$D_y := \frac{1400 \cdot \text{lbf}}{11} = 127.273 \cdot \text{lbf}$$

$$A_y := 350\text{lbf} - D_y$$

$$A_y = 222.727 \cdot \text{lbf}$$



Plano xz:

Sumatoria de fuerza en yz $A_z + D_z = 387\text{lbf}$

Sumatoria de momento en A: $D_z \cdot 22 = 387 \cdot 16\text{lbf} \text{ resolver } \rightarrow \dfrac{3096 \cdot \text{lbf}}{11}$

$$D_z := \frac{3096 \cdot \text{lbf}}{11} = 281.455 \cdot \text{lbf}$$

$$A_z := 387\text{lbf} - D_z$$

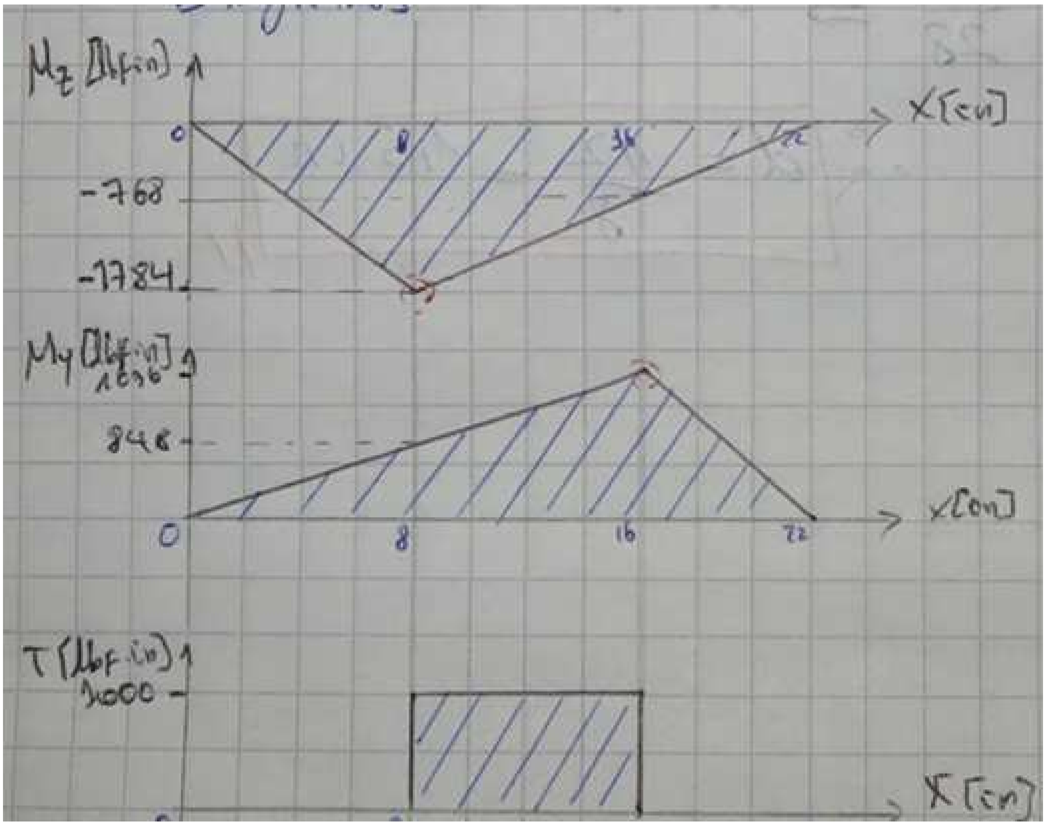
$$A_z = 105.545 \cdot \text{lbf}$$

Torsor:

Sumatoria de momento torsor: $T_c := (360 - 27) \cdot 3\text{lbf} \cdot \text{in} = 999 \cdot \text{lbf} \cdot \text{in}$

$$T_b := -(300 - 50) \cdot 4 \cdot (\text{lbf} \cdot \text{in}) = -1000 \cdot \text{lbf} \cdot \text{in}$$

Diagramas:



Análisis punto crítico:

Punto x=8 in

$$M_{8in} := \sqrt{1784^2 + 848^2} \cdot (lbf \cdot in) = 1975.2873 \cdot lbf \cdot in$$

Punto x=16 in

$$M_{16in} := \sqrt{768^2 + 1696^2} \cdot (lbf \cdot in) = 1861.7841 \cdot lbf \cdot in$$

Por lo tanto el punto crítico es en x=8in

$$M := 1975.2873 \; lbf \cdot in$$

$$T := 1000 \cdot (lbf \cdot in)$$

0.5 puntos

Criterio de falla:

Dado que el material estudiado corresponde a un material frágil se aplica el críterio de falla conservador de Mohr Coulomb frágil . También se puede aplicar el críterio de falla de Morh modificado, pero este no es conservador. Ambos críterios se pueden utilizar como críterio de diseño.

0.5 puntos

Esfuerzos:

$$\sigma_x := \frac{32 \cdot M}{\pi \cdot d^3} = 2515.0139 \cdot psi \qquad \tau_{xy} := \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d^3} = 636.6198 \cdot psi$$

Criterio de falla Mohr Coulomb Frágil:

$$\sigma_A := \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^{\ 2}} \qquad \sigma_A = 2666.978 \cdot psi$$

$$\sigma_B := \frac{\sigma_x}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^{\ 2}} \qquad \sigma_B = -151.964 \cdot psi$$

$$n := \frac{1}{\dfrac{\sigma_A}{S_{ut}} - \dfrac{\sigma_B}{S_{uc}}} = 13.46$$

1 punto
