MÉTODOS ABIERTO

* REQUIEREN UN ÚNICO VALOR DE INICIO
* CONVERGE MÁS RÁPIDO
* NO SIEMPRE CONVERGEN

ITERACIÓN SIMPLE DE PUNTO FIJO.

[IDEA] MODIFICA LA ECUACIÓN PARA DESPEJAR "X" = g(X)

POR EJEMPLO:

$$f(x) = x^2 - 2x + 3 \Rightarrow x = \frac{x^2+3}{2}$$

$$f(x) = \operatorname{sen}(x) \Rightarrow x = \operatorname{sen}(x) + x$$

ESTA NUEVA FUNCIÓN NOS PERMITE ~~OBTENER~~ PREDECIR UN NUEVO VALOR DE X EN FUNCIÓN DEL VALOR ANTERIOR.

$$\text{si } x_i \Rightarrow x_{i+1} = g(x_i)$$

$$\epsilon = \left| \frac{x_{i+1} - x_i}{x_{i+1}} \right| 100\%$$

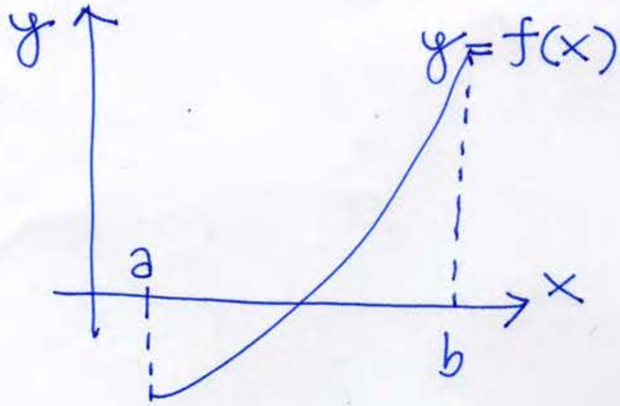
EJEMPLO $\Rightarrow f(x) = e^{-x} - x \Rightarrow g(x) = e^{-x}$

i	x_i	$g(x_i)$	$f(x_i)$
0	0	1	1
1	1	0.3678...	-0.6321
2	0.3678	0.6922	0,3243
3	0.6922	0.5004	-0.1917
4	0.5005	0.6062	0.1058
⋮			
2[illegible]	0.5671	0.5671	3.9319×10^{-6}

APLICACIONES COMPUTACIONALES

* RAÍCES DE ECUACIONES / METODOS CERRADOS O DE INTERVALOS

↳ METODO DE LA BISECCIÓN



f: contínua en $[a, b]$

f: real en $[a, b]$

SE TIENE QUE CUMPLIR:

$$\underbrace{f(a)\cdot f(b) < 0}_{\text{CAMBIO DE SIGNO.}}$$

[IDEA] SUBDIVIDIR EL INTERVALO $[a,b]$ EN SUBINTERVALOS $[a_i, b_i]$
INSPECCIONAR EL SIGNO DE $f(a_i)\cdot f(b_i)$

[ALGORITMO]

1° VALORES INICIALES a, b y $f(a), f(b)$
SE TIENE QUE CUMPLIR QUE: $f(a)\cdot f(b) < 0$

2° OBTENER UNA APROXIMACIÓN DE LA RAÍZ O CERO MEDIANTE:

$$c = \frac{a+b}{2}$$

3° REALIZAR LAS SIGUIENTES EVALUACIONES:

$$\cancel{[a, c] \Rightarrow f(a)\cdot f(c)}$$

$$[a, c] \Rightarrow f(a)\cdot f(c) \begin{cases} < 0 & \text{LA RAÍZ SE ENCUENTRA EN ES INTERVALO (IZQ)} \\ > 0 & \text{LA RAÍZ SE ENCUENTRA EN EL INTERVALO (DER)} \\ = 0 & \left.\begin{matrix}\text{LA RAÍZ ES "C"} \\ \text{FIN DE CALCULO}\end{matrix}\right\} ** \end{cases}$$

(**) CRITERIO DE PARO Y ESTIMACIÓN DE ERROR.

$$\epsilon = \left| \frac{C^{NUEVO} - C^{ANTERIOR}}{C^{NUEVO}} \right| 100\%$$

PARAR CUANDO $\epsilon < 0.5\%$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{ESTO IMPLICA QUE} \\ \text{ESTAMOS CERCA DE LA} \\ \text{SOLUCIÓN} \end{array} \right\}$

ERROR ABSOLUTO

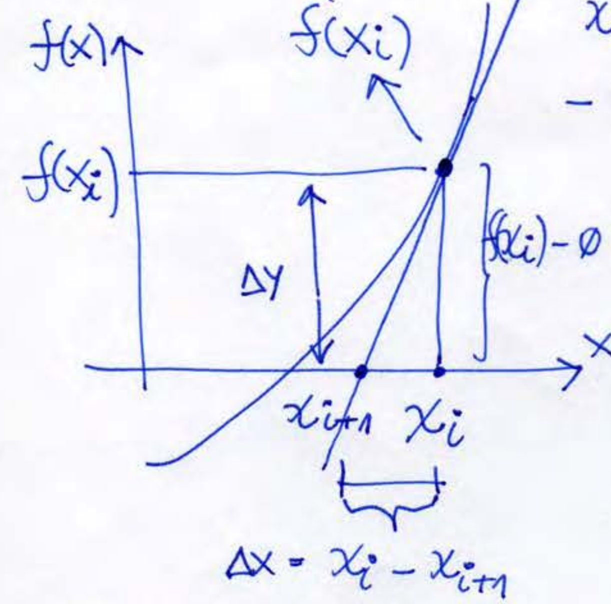
$f(c) < 10^{-10}$ } PARAR CUANDO SE CUMPLA ESTO.

$\boxed{\text{SEUDOCODIGO}}$

FUNCION – BISECT(a, b, ~~ERROR~~, itermax

METODO DE NEWTON-RAPHSON

ES EL MÉTODO MAS UTILIZADO.



x_i : VALOR INICIAL

- SE PUEDE TRAZAR UNA ~~RAIZ EN~~ TANGENTE EL PUNTO $[x_i, f_i]$
- EN GENERAL, EL PUNTO DONDE ESTA TANGENTE CRUZA AL EJE "X" REPRESENTA UNA APROXIMACION MEJORADA DE LA RAIZ

LA PENDIENTE DE LA RECTA TANGENTE EN x_i SE PUEDE OBTENER COMO:

$$f'(x_i) = \cancel{f(x_i) - 0} \; \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_i) - 0}{x_i - x_{i+1}}$$

DE DONDE SE OBTIENE:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} = x_i - [f'(x_i)]^{-1} f(x_i)$$

OBS: AQUI SE USA LA DERIVADA DE LA FUNCION, POR TANTO $f(x)$ DEBE SER DERIVABLE.

EJEMPLO $\quad f(x) = e^{-x} - x \quad , \; x_0 = 0$

i	x_i	x_{i+1}	$f(x)$
0	0	0.5	1
1	0.5	0.5663	0.1065
2	0.5663	0.5671	0.0013
3	0.5671	0.5671	$1.9648 \cdot 10^{-7}$
4	0.5671	0.5671	$4.5519 \cdot 10^{-15}$

$$f'(x) = -e^{-x} - 1$$

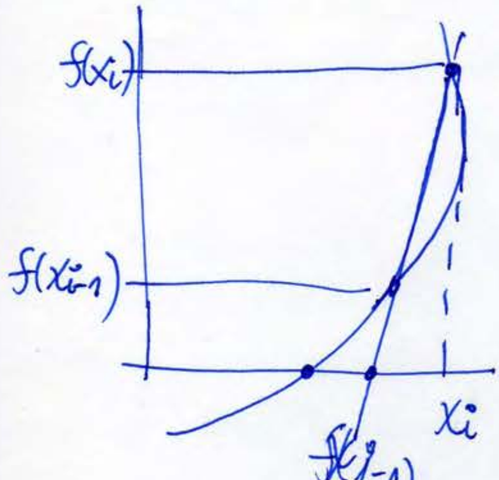
$$x_{i+1} = x_i - \frac{(e^{-x_i} - x_i)}{(-e^{-x_i} - 1)}$$

OBS: NO SIEMPRE ES TAN ~~EFICIENTE~~

- SOLO ES CAPAZ DE ENCONTRAR UNA RAIZ

MÉTODO DE LA SECANTE

* EN ALGUNOS CASOS ES DIFÍCIL ENCONTRAR ~~LA~~ LA DERIVADA.
* PARA ESTOS CASOS SE PUEDE APROXIMAR LA DERIVADA



$$f'(x_i) \cong \frac{f(x_{i-1}) - f(x_i)}{x_{i-1} - x_i}$$

REEMPLAZANDO EN EL METODO DE NEWTON - RAPHSON

$$x_{i+1} = x_i - f(x_i)\left[\frac{x_{i-1} - x_i}{f(x_{i-1}) - f(x_i)}\right]$$

EJEMPLO $f(x) = e^{-x} - x$

i	x_{i-1}	x_i	~~$f(x_{i+1})$~~	$f(x_{i+1})$
1	0	1	0.6127	−0.6321
2	1	0.6127	0.5638	−0.0708
3	0.6127	0.5638	0.5672	0.0052
4	0.5638	0.5672	0.5671	-4.2419×10^{-5}
5	0.5672	0.5671	0.5671	$-2{,}5380 \times 10^{-8}$
6	0.5671	0.5671	0.5671	1.2423×10^{-13}

MÉTODO DE LA SECANTE MODIFICADO

* USAR UN CAMBIO FRACCIONARIO PARA APROXIMAR LA DERIVADA:

$$\boxed{f'(x_i) \cong \frac{f(x_i + \delta x_i) - f(x_i)}{\delta x_i}}$$

DONDE δx_i ES UN CAMBIO FRACCIONARIO PEQUEÑO

∴ LA ECUACIÓN QUE PERMITE OBTENER

$$\boxed{x_{i+1} = x_i - \frac{\delta\, f(x_i)}{f(x_i + \delta) - f(x_i)}}$$

EJERCICIO ESCRIBIR EN MATLAB UNA RUTINA PARA RESOLVER

$f(x) = e^{-x} - x$, USANDO $\delta = 0.01$ $x_0 = 1.0$

LA DEFINICIÓN DE FUNCIÓN EN LÍNEA

```
delta = 0.01          fun = @(x) exp(x)-x;
x_0 = 1.0
```

$$\cancel{x_1 = x_0 - \text{delta}\cdot\left[e^{-x_0} - x_0\right] / \left[\left(e^{-(x_0+\delta)} - (x_0+\delta)\right) - \left(e^{-x_0} - x_0\right)\right]}$$

i