DISEÑO MECÁNICO: PERNOS.

Terminología de las roscas de tornillo.

- El paso "p" es la distancia entre dos "crestas" adyacentes medida en forma paralela al eje de la rosca.
- Diámetro mayor "d", es el diámetro más grande en una rosca de tornillo
- Diámetro menor "d_r", es el diámetro más pequeño.
- Diámetro de paso "d_p", es un diámetro teórico entre los diámetros mayor y menor.
- Avance (no aparece en la figura), es la distancia que se desplaza una tuerca en forma paralela al eje del tornillo cuando a ésta se le da una vuelta.

  En el caso de un rosca simple, como en la figura, el avance es igual al paso.

  Los productos estandarizados como: tornillos, pernos y tuercas tienen roscas sencilla.

  - rosca doble : avance = 2p
  - rosa triple : avance = 3p

Todas las roscas se fabrican de acuerdo a la regla de la mano derecha (a menos que se indique otra cosa)

La norma para roscas American National (Unified) ha sido aprobada por EEUU y Gran Bretaña para su empleo en todos los productos estandarizados
El ángulo de la rosca es 60° y sus crestas pueden ser planas o redondeadas.

M: reemplaza la clase de pulgadas, es el perfil básico ISO 68 con roscas simétricas a 60°

MJ: tiene un filete redondeado en la raíz de la rosca externa y diámetro menor más grande en la rosca interna y externa
Recomendable cuando se requiere alta resistencia a la fatiga

Tablas 8-1 y 8-2

- En el caso de perfiles métricos el tamaño de la rosca se determina dando el paso "p" en mm
- En el caso unificado el tamaño de la rosca se determina con el número N de roscas por pulgada.

Designación

+ Roscas unificadas: 5/8 in UNC 11

5/8 in → Diámetro Mayor Nominal

UNC → SERIE ROSCA

11 → Nº ROSCAS POR PULGADA

+ Roscas Métricas: M 12 × 1.75 mm

M → SERIE

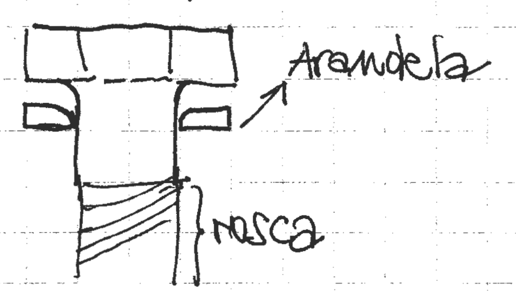
12 → DIAMETRO NOMINAL

1.75 mm → PASO

UNC: Unified National Coarse : Paso americano normal
UNF: Unified National Fine. Paso americano fino
UNEF: Unified Nationa Extra Fine: Paso americano Extra fino.

<u>ARANDELAS</u> (TABLA A-33 Y A-32) Shigley)

+ Arandelas permiten reducir la concentración de esfuerzos debido a los ángulos agudos de los bordes de los agujeros (los ángulos agudos podrían penetrar en el entalle del perno)

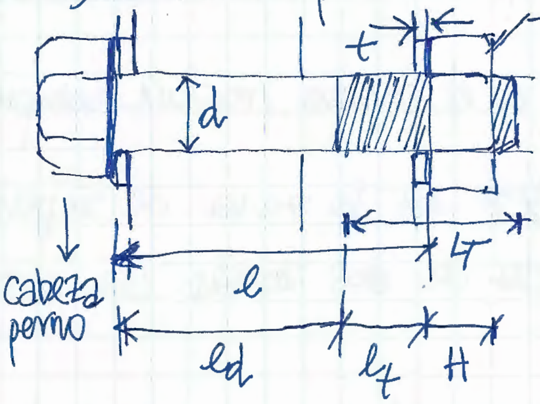


Borde redondeado de cara al tornillo.

OBS. Algunas veces puede ser necesario arandelas en la tuerca.

LONGITUD DE ROSCA. (TABLA 8-7 Shigley).

Para determinar la longitud de la rosca debemos definir previamente algunos conceptos.



Agarre (l): consiste en el espesor total de los elementos sujetados.

Podemos encontrarnos con dos situaciones

a) Elementos sujetos con tuerca, como se muestra en la figura.

b) Pernos que se atornillan en una superficie con rosca

l_d: longitud de la zona sin rosca dentro del agarre.
l_t: longitud de la zona con rosca dentro del agarre.
L_T: longitud total de la rosca, que se obtiene según el caso en pulgadas o métricos.

pulgadas (inches)

$$L_T = \begin{cases} 2d + 1/4'' & L \leq 6'' \\ 2d + 1/2'' & L > 6'' \end{cases}$$

métricas (mm)

$$L_T = \begin{cases} 2d + 6\,mm & L \leq 125 \; (d \leq 48\,mm) \\ 2d + 12\,mm & 125 < L \leq 200 \\ 2d + 25\,mm & L > 200 \end{cases}$$

$L = l + H$ + 2 roscas : longitud total del perno donde l es el agarre y H la altura de la tuerca. Usualmente se añaden 2 roscas.

$$l_d = L - L_T$$

$$l_t = l - l_d$$

En el caso (b) la longitud total del sujetador se obtiene mediante la fórmula:

$$L > h + 1.5d$$

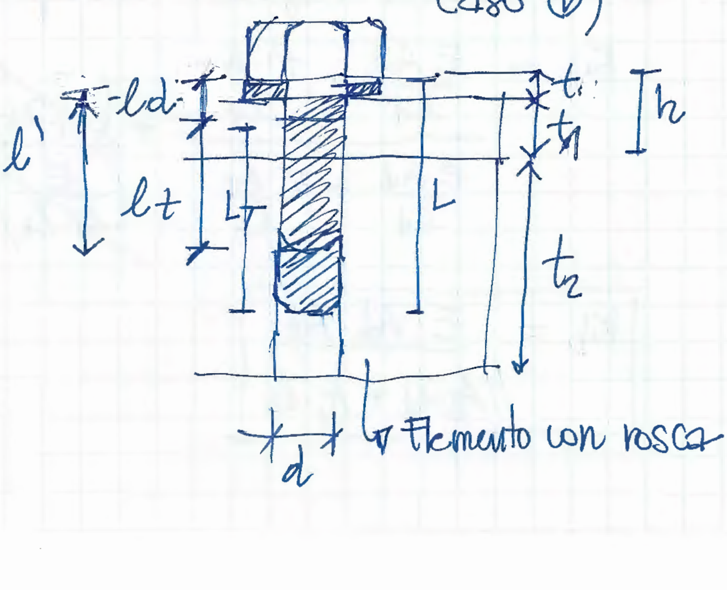
l': longitud de agarre efectiva.

$$l' = \begin{cases} h + t_2/2 & t_2 < d \\ h + d/2 & t_2 \geq d \end{cases}$$

$$l_d = L - L_T$$

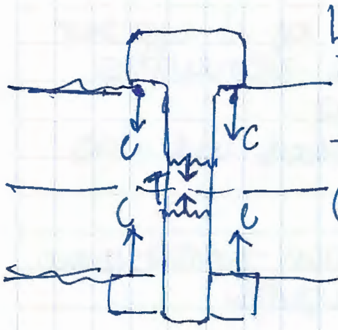
$$l_t = l' - l_d$$

caso (b)



RIGIDEZ DEL SUJETADOR.

El propósito del perno consiste en sujetar 2 o más partes. Apretando la tuerca se estira el perno y de esta manera se produce la sujeción, que se denomina pre-carga o pre-tensión del perno



La fuerza de tensión en el perno produce compresión en los elementos.

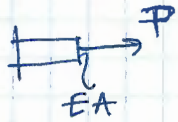
En el perno, la rigidez en la zona de sujeción (longitud de agarre) consta de dos zonas: con rosca y sin rosca

Por tanto la constante de rigidez del perno equivale a la rigidez equivalente de 2 resortes en serie.

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \Rightarrow K_{eq} = \frac{K_1 \cdot K_2}{K_1 + K_2}$$

La rigidez de cada una de las zonas (con y sin rosca) la podemos obtener mediante la expresión para la rigidez de un resorte:

$$F = K \cdot \delta \Rightarrow K = \frac{P}{\delta} \quad y \quad \delta = \frac{FL}{EA}$$



Por tanto: $K = \frac{P}{\delta} = \frac{EA}{L}$

Para la zona sin rosca $K_d = \frac{E A_d}{l_d}$

Para la zon con rosca $K_t = \frac{E A_t}{l_t}$

Reemplazando en la expresión de rigidez equivalente, se obtiene la rigidez del perno. (bolt, en inglés).

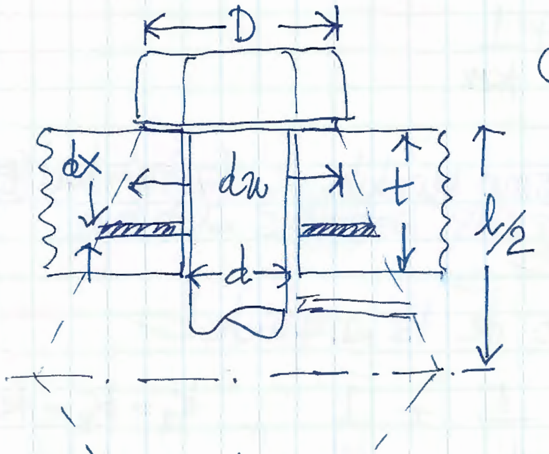
$$K_b = \frac{\frac{E A_d}{l_d} \cdot \frac{E \cdot A_t}{l_t}}{\frac{E A_d}{l_d} + \frac{E A_t}{l_t}} = \frac{\cancel{\left(\frac{E}{l_d \cdot l_t}\right)}\left(E A_d \cdot A_t\right)}{\cancel{\left(\frac{E}{l_d \cdot l_t}\right)} \cdot \left(A_d \cdot l_d + A_t \cdot l_t\right)}$$

$$\boxed{K_b = \frac{E \cdot A_d \cdot A_t}{A_d \cdot l_d + A_t \cdot l_t}}$$

RIGIDEZ DE ELEMENTO EN LA ZONA DE SUJECIÓN

Puede haber más de dos elementos incluidos en el agarre del sujetador. En conjunto actúan como resortes de compresión en serie por tanto la relación para la rigidez total está dada por:

$$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots \frac{1}{k_n}$$



Cono de presión de Rotscher, La presión disminuye mientras más alejada esté del perno.

La elongación de un elemento del cono con espesor dx sometido a una carga P (tensión) está dada por:

$$d\delta = \frac{P\,dx}{EA}$$

l: longitud de agarre.

El área del elemento está dada por: $A = \pi(r_o^2 - r_i^2)$

$$A = \pi\left(x\tan(\alpha) + \frac{D+d}{2}\right)\left(x\tan(\alpha) + \frac{D-d}{2}\right) = A(x)$$

Por tanto:

$$\delta = \int d\delta = \frac{P}{E}\int \frac{A(x)}{dx}$$, de donde se obtiene:

$$\delta = \frac{P}{\pi E d\tan(\alpha)} \ln\left[\frac{(2t\tan\alpha + D - d)(D+d)}{(2t\tan\alpha + D+d)(D-d)}\right]$$

De aquí podemos despejar la rigidez con $k = P/\delta$

$$k = \frac{P}{\delta} = \frac{\pi E d \tan(\alpha)}{\ln\left[\frac{(2t\tan(\alpha) + D-d)(D+d)}{(2t\tan(\alpha)+D+d)(D-d)}\right]}$$

Simplificaciones:

α: es un ángulo fijo

Little dice que $\alpha = 45°$ sobreestima la rigidez

Osgool reporta un intervalo $25° < \alpha < 33°$

Shigley indica $\alpha = 30°$ (acero endurecido, hierro fundido, aluminio)

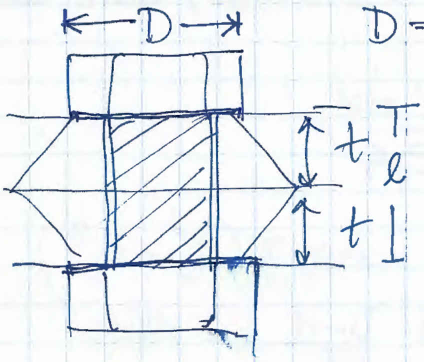
Para $\alpha = 30°$ (acero endurecido, hierro fundido, aluminio)

$$k = \frac{0.5774 \pi E d}{\ln\left[\frac{(1.155t + D - d)(D + d)}{(1.155t + D + d)(D - d)}\right]}$$

Esta fórmula debe usarse para cada tronco de la unión por separado, luego las rigideces individuales se ensamblan para obtener k_m:

$$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \dots + \frac{1}{k_n}$$

Si los elementos de unión tienen el mismo módulo de elasticidad (E) con troncos espalda con espalda simétricas, entonces actúan como dos resortes idénticos en serie



$D = d_w$: diámetro de la arandela

$$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \quad ; \quad k_1 = k_2 = k$$

$$\frac{1}{k_m} = \frac{2}{k} \Rightarrow \boxed{k_m = \frac{k}{2}}$$

Entonces la rigidez de los elementos en la zona de agarre está dada por

$$k_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{0.5774 \pi E d}{\ln\left[\frac{(1.155t + d_w - d)(d_w + d)}{(1.155t + d_w + d)(d_w + d)}\right]} \qquad t = \frac{l}{2}$$

En general: $d_w \cong 1.5d$ en pernos estándar de cabeza hexagonal y tornillos con cabeza

Por tanto, se puede simplificar obteniéndose:

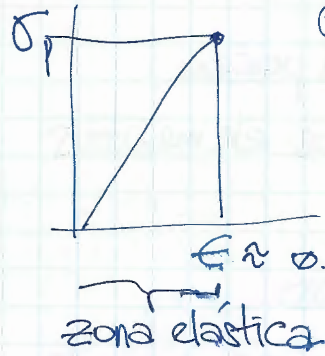
$$k_m = \frac{1}{2} \frac{0.5774 \pi E d}{\ln\left[\frac{(1.155 \cdot l/2 + 1.5d - d)(1.5d + d)}{(1.155 \cdot l/2 + 1.5d + d)(1.5d - d)}\right]}$$

$$\boxed{k_m = \frac{1}{2} \frac{0.5774 \pi E d}{\ln\left[\left(\frac{0.5774 l + 0.5d}{0.5774 l + 2.5d}\right) 5\right]}}$$

RESISTENCIA DEL PERNO

La resistencia del perno se especifica mediante cantidades ASTM mínimas:
- resistencia mínima de prueba o carga mínima de prueba
- resistencia mínima de tensión.

La carga de prueba es la carga máxima (fuerza) que un perno puede soportar sin sufrir una deformación permanente.



$$\sigma_p = \frac{F_p}{A}$$

Por ejemplo: SAE Grado 5 (Tabla 8-9)

1/4 - 1/4 $\quad S_{ut} = 120$ kpsi

Los grados de los pernos se numeran de acuerdo con las resistencias a la tensión, usando decimales para señalar variaciones al mismo nivel de resistencia.

Las tuercas se gradúan de modo que se puedan acoplar con su grado correspondiente del perno.
El propósito de la tuerca consiste en hacer que sus hilos se flexionen para distribuir la carga del perno de manera más uniforme en ella.
Las propiedades de la tuerca se controlan a efectos de lograr este objetivo.
* Su grado debe ser igual al grado del perno.

Especificaciones SAE para pernos de acero TABLA 8-9
Especificaciones ASTM para pernos de acero TABLA 8-10

UNIONES A TENSIÓN

Consideremos un carga externa "P" en una unión con pernos. Suponemos que la precarga (fuerza de sujeción) se aplicó de manera correcta apretando la tuerca antes de aplicar "P".

Definiendo:

F_i: precarga $\quad$ P: carga externa de tensión.

P_b: Parte de "P" tomada por el perno.

P_m: Parte de "P" tomada por los elementos.

$F_b = P_b + F_i$: carga resultante en el perno

$F_m = P_m - F_i$: carga resultante en los elementos

C: fracción de P soportada por el perno.

1 − C: fraccion de P soportada por los elementos.

La carga "P" es de tensión y por tanto causa que la conexión se alargue una distancia "δ", portanto podemos escribir:

$$\delta = \frac{P_b}{k_b} \quad y \quad \delta = \frac{P_m}{k_m}$$

De donde se obtiene:

$$\frac{P_b}{k_b} = \frac{P_m}{k_m} \Rightarrow P_m = P_b \frac{k_m}{k_b}$$

Como: $P = P_b + P_m$, entonces:

$$P = P_b + P_b \frac{k_m}{k_b} \xrightarrow{1} P = P_b\left(\frac{k_b + k_m}{k_b}\right)$$

$$\xrightarrow{2} P_b = \frac{k_b}{k_b + k_m} P = C P$$

donde $C = \dfrac{k_b}{k_b + k_m}$ $\Big\}$ $\boxed{\text{Constante de rigidez de la unión}}$

$$P_m = P - P_b = P - CP = (1 - C)P$$

La carga resultante sobre el perno:

$$F_b = P_b + F_i = CP + F_i \qquad (F_m < 0)$$

y en los elementos:

$$F_m = P_m - F_i = (1 - C)P - F_i \qquad (F_m < 0)$$

DISEÑO DE UNIONES A TENSIÓN CON CARGA ESTÁTICA

El esfuerzo de tensión en el perno puede encontrarse

$$\sigma_b = \frac{CP}{A_t} + \frac{F_i}{A_t}$$

A_t : AREA EN LA ZONA ROSCADA.

El valor limitante de σ_b es la resistencia ~~del perno~~ de prueba del perno S_p

Introduciendo un factor de carga se obtiene:

$$\frac{CnP}{A_t} + \frac{F_i}{A_t} = S_p$$

De donde despejamos el factor de carga (n):

$$n = \frac{S_p A_t - F_i}{CP}$$

n actúa como factor de seguridad, puesto que cualquier valor de $n > 1$ asegura que el esfuerzo en el perno es menor que la resistencia de prueba.

Otra opción es exigir que la carga externa "P" sea más pequeña que la carlga necesaria para que la unión se separe.

Si ocurre la separación toda la carga externa la toma el perno, por tanto $F_m = 0$. Se P_0 es la carga que causa la separación, se tiene.

$$F_m = (1 - C)P_0 - F_i = 0$$

Si definimos el factor de seguridad contra la separación como:

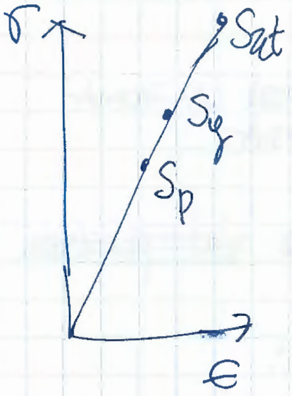
$$n_0 = \frac{P_0}{P} > 1$$

$$\Rightarrow P_0 = n_0 P$$

$$(1 - C)\, n_0 P = F_i$$

$$\Rightarrow n_0 = \frac{F_i}{P(1 - C)}$$

La magnitud de la pretensión está determinada por la resistencia del perno



Si no se emplea toda la resistencia del perno para desarrollar la pretensión se desperdicia dinero y la unión es más débil.

Las recomendaciones con respecto a la pretensión son:

~~60 kpsi para pernos SAE Grado 5 para conexiones no permanentes~~

~~85 kpsi para pernos A325 hasta d = 1" pulg.~~

$$F_i = \begin{cases} 0.75\,F_p & \text{conexiones no permanentes sujetadores reutilizados} \\ 0.90\,F_p & \text{conexiones permanentes.} \end{cases}$$

Donde F_p es la carga de prueba, que se obtiene como:

$$F_p = A_t \cdot S_p$$

S_p: resistencia de prueba (T 8-9, 8-10, 8-11)

RELACIÓN DEL PAR DE TORSIÓN CON LA TENSIÓN

En teoría la elongación debida a la precarga F_i se calcula como:

$$\delta = \frac{F_i\, l}{EA}$$

La tuerca se aprieta hasta que el perno se alarge "δ", lo cual asegura una precarga deseada.

Puesto que en la práctica es poco practico medir la elongación del perno se utiliza una llave dinamometrica un dispositivo neumático de impacto o el método de giro de la tuerca.

A) La llave dinamométrica tiene una carátula incorporada que indica el par de torsión apropiado

B) En las llaves de impacto la presión de aire se ajusta de manera que la llave se detiene cuando se obtiene el par de torsión adecuado.

C) El método de giro de la tuerca requiere que primero se defina el significado de apriete firme.
La condición de apriete firme se define como el apriete que se consigue una persona con un llave ordinaria.
Cuando se obtiene la condición de apriete firme todos los giros adicionales desarrollan tensión útil en el perno
Por ejemplo: en el caso de pernos estructurales pesados de cabeza hexagonal, la especificación de giro de la tuerca establece que ésta se debe girar un mínimo de 180° a partir de la condición de apriete firme.

Aunque los coeficientes de fricción varían mucho, se puede obtener una buena aproximación con la expresión:

$$T = \frac{F_i\, d_m}{2}\left(\frac{l + \pi f d_m \sec(\alpha)}{\pi d_m - f l \sec(\alpha)}\right) + \frac{F_i\, f_c\, d_c}{2}$$

donde d_m es el promedio de los diámetros mayor y menor.
Haciendo $\left(\tan\lambda = l/\pi d_m\right)$ y sabiendo que

$d_c = \frac{1}{2}(d + 1.5d) = 1.25d$ (Diámetro del collarín)

f_c: coeficiente de fricción del collarín

f: coeficiente de fricción

α: ángulo de la rosca.

Reemplazando los resultados anteriores se obtiene:

$$T = K F_i d$$

donde

$$K = \left(\frac{d_m}{2d}\right)\left(\frac{\tan\lambda + f \cdot \sec(\alpha)}{1 - f\tan(\lambda)\sec(\alpha)}\right) + 0.625 f_c$$

es el coeficiente del par de torsión (K).

El coeficiente de fricción depende de la uniformidad de la superficie, de la presición y del grado de lubricación.

En promedio $f = f_c = 0.15$

El hecho interesante es que $K = 0.2$ para $f = f_c = 0.15$ sin importar el tamaño de los pernos o si las roscas son gruesas o finas

Diversos resultados experimentales derivaron en la siguiente tabla

Condición del perno	K
Sin recubrimiento acabado negro	0.3
Gavanizado	0.2
Lubricado	0.18
Con recubrimiento de Cadmio	0.16
Con anti-Seize (Lubricante) Bowman	0.12
Con tuerca Bowman-Grip	0.09

Valores recomendados por Bowman Distribution (fabricante de sujetadores)
Shigley usa esta tabla y K = 0.2 cuando no se indique la condición del perno.