



Curso – Resistencia de materiales [15153]

Clase 6 – Torsión elástica

Plan de estudios - Ingeniería Civil en Mecánica

Profesores: Matías Pacheco Alarcón (matias.pacheco@usach.cl)

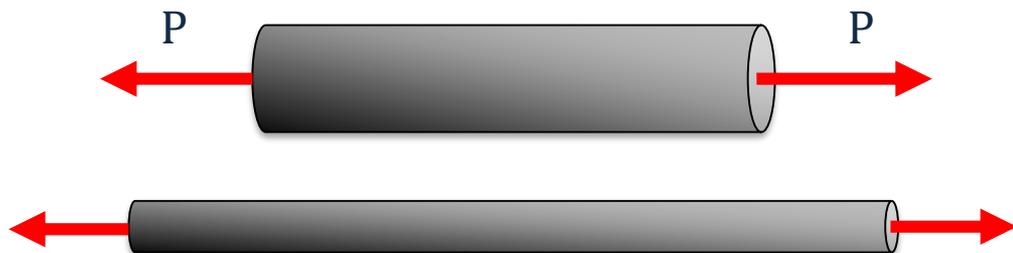
Aldo Abarca Ortega (aldo.abarca@usach.cl)

Ayudante: Estéfano Muñoz (estefano.munoz@usach.cl)

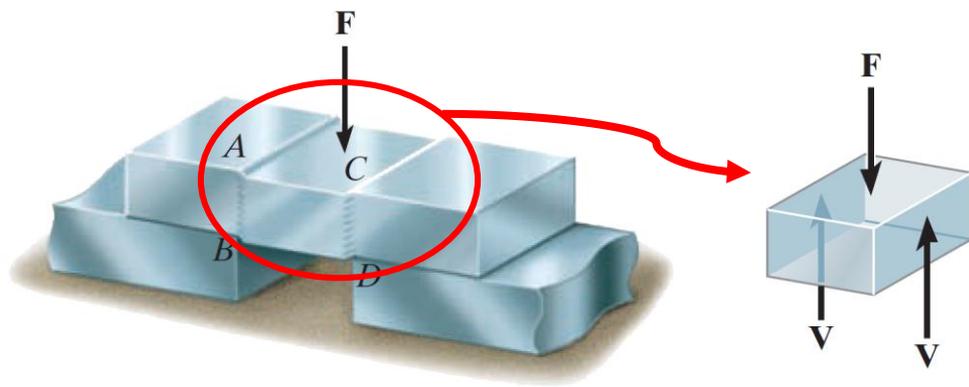
Santiago de Chile, Abril 2019



Casos en Resistencia de Materiales



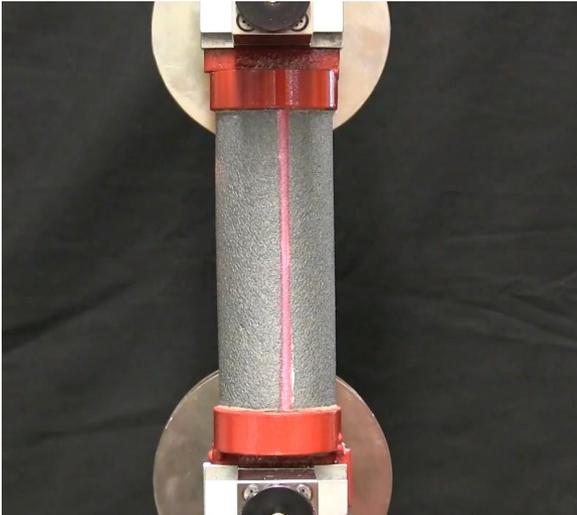
Fuerza de tracción
o compresión (P)



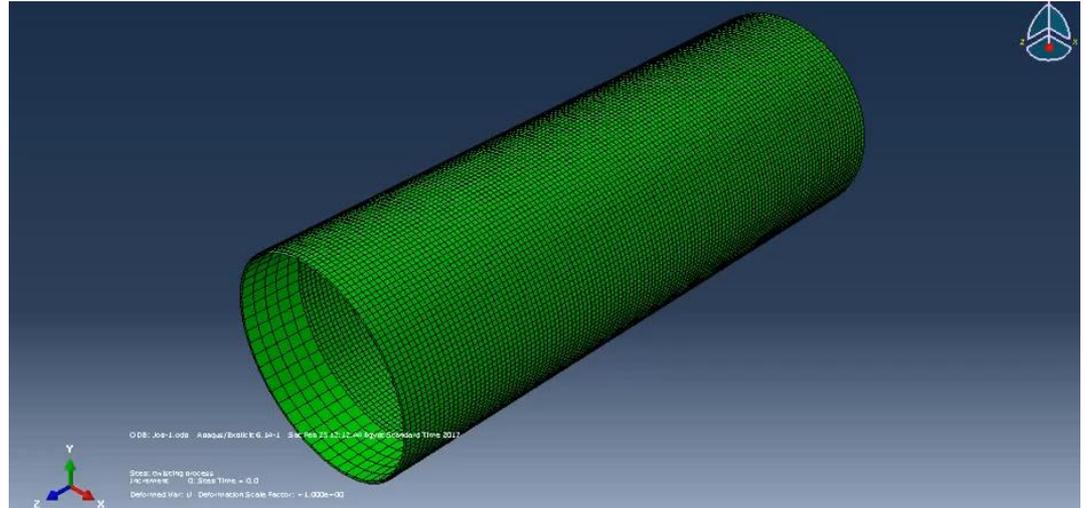
Fuerza cortante o
de corte (V)



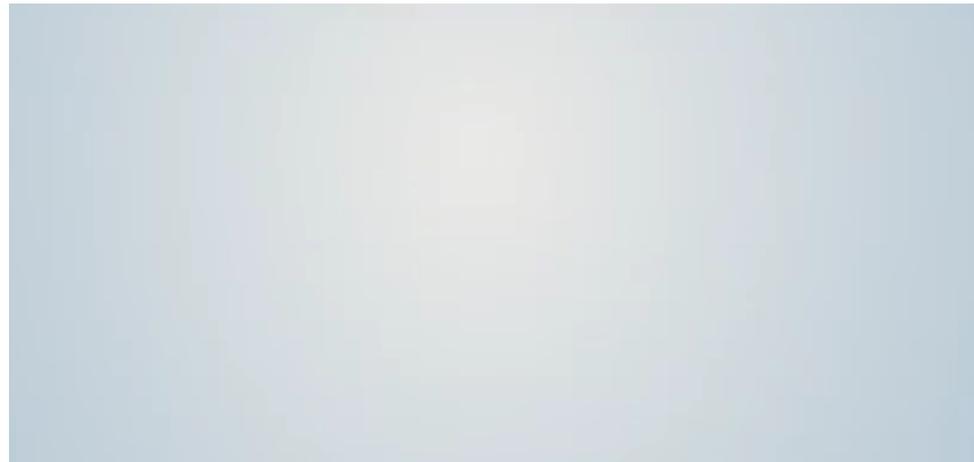
Momento torsor



<https://www.youtube.com/watch?v=XzuYGPxvDGQ>

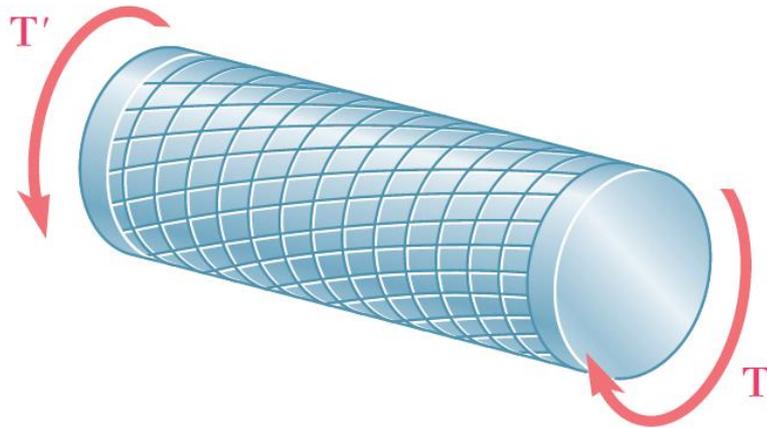
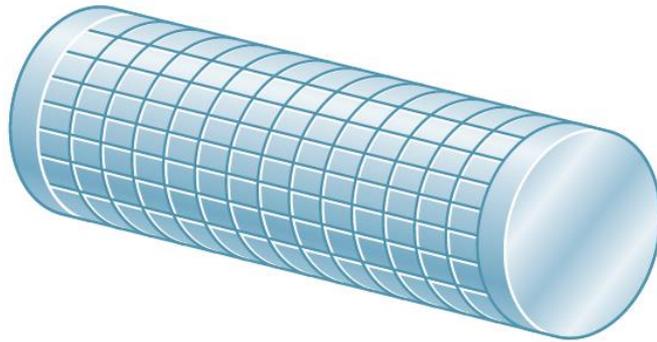


<https://www.youtube.com/watch?v=DJokPF6GXW0>





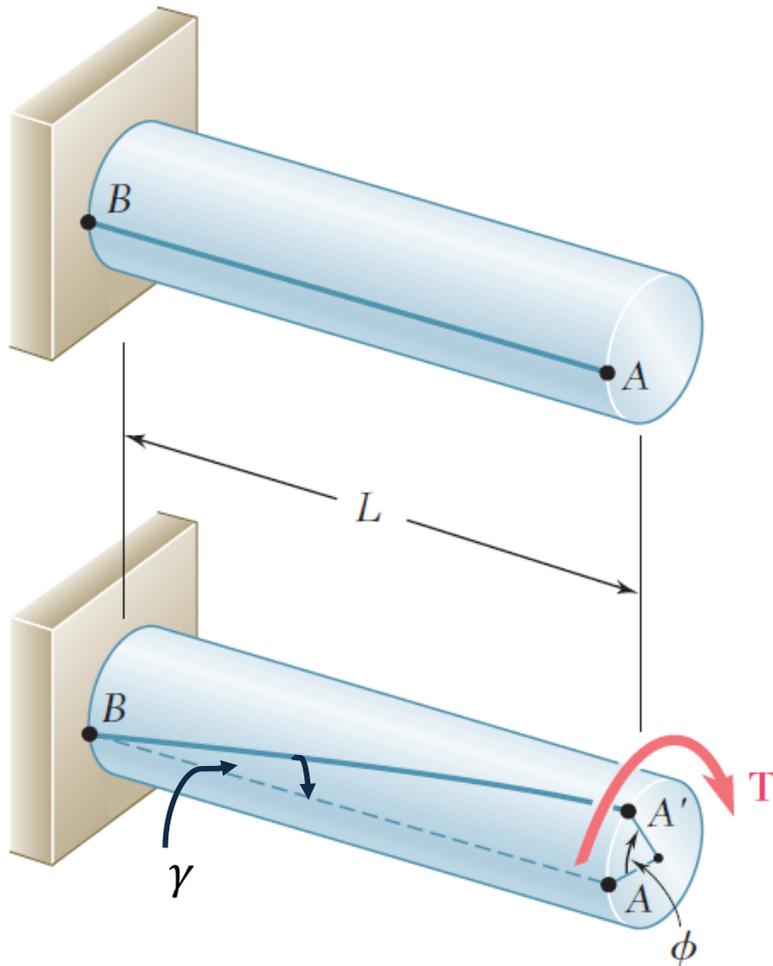
Torsión elástica



En muchas aplicaciones de la ingeniería se encuentran cuerpos a torsión, comúnmente en ejes de transmisión. Cuando un eje circular está siendo sometido a torsión, cada sección transversal permanece plana y no distorsionada (zona elástica). Así entonces, la distribución de esfuerzos cortantes en un eje circular varía lineal desde el centro hasta los puntos externos.

En la zona de deformación elástica del material, se usa la ley de Hooke para determinar la distribución de esfuerzo de corte en un eje circular y así obtener las ecuaciones de la torsión elástica.

Torsión elástica



Si se aplica un momento torsor T a un eje macizo de longitud L en uno de sus extremos (y el otro empotrado), se producirá una deformación de torsión o giro.

$$\text{arco} = \phi \cdot \text{radio}$$

Si se considera una distorsión γ desde el punto B hasta el punto A desplazado

$$\text{arco} = \gamma \cdot \text{largo}$$

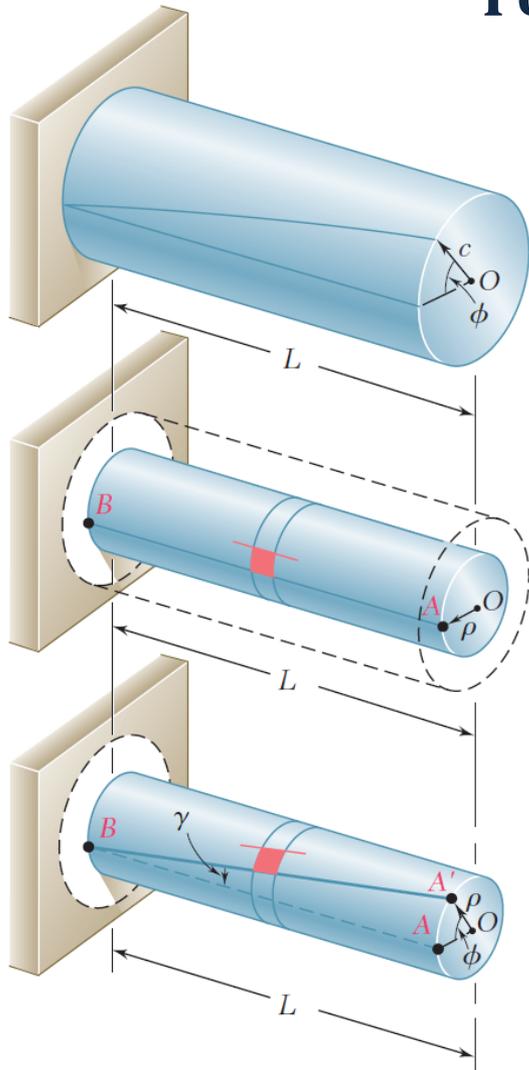
Así entonces

$$\phi \rho = \gamma L$$

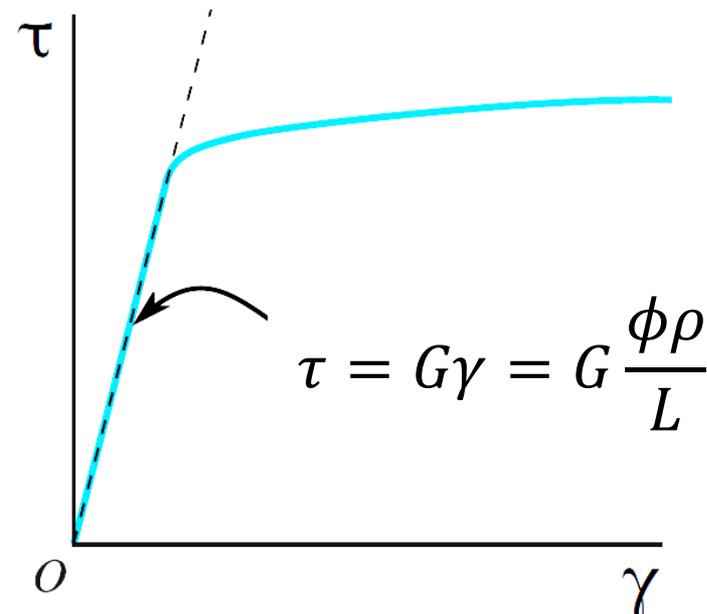
Luego la distorsión producto de la torsión es

$$\gamma = \frac{\rho \phi}{L}$$

Torsión elástica

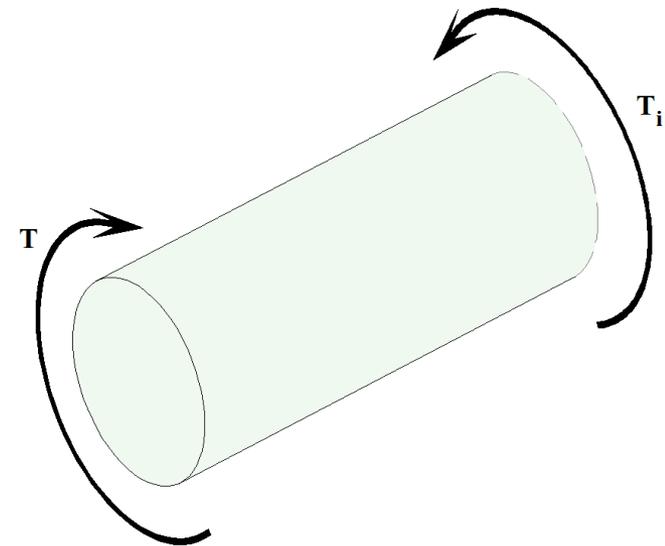
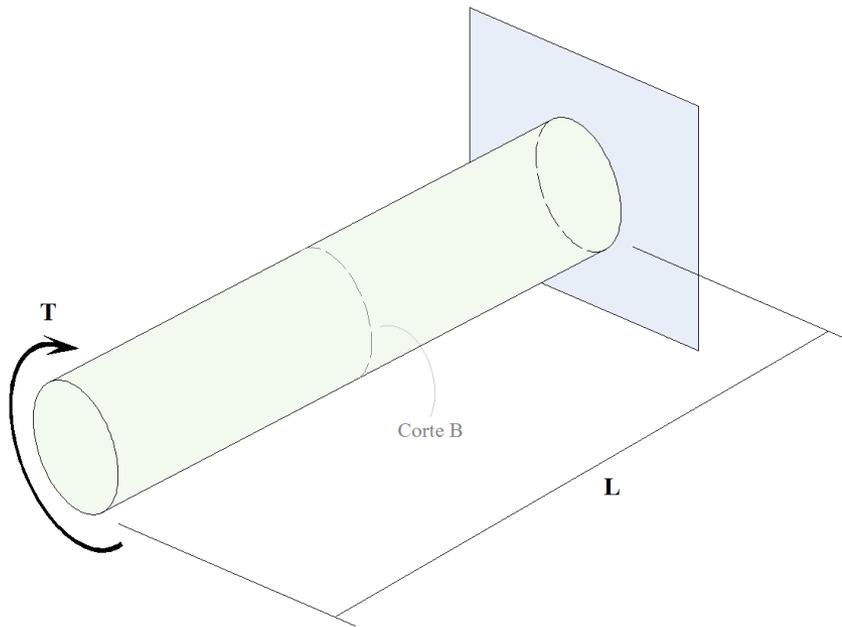


Lo anterior es cuando la distorsión γ es pequeña y se puede considerar la línea de deformación como una recta diagonal. La ley de Hooke describe los esfuerzos producto de la torsión en bajas deformaciones.





Torsión elástica



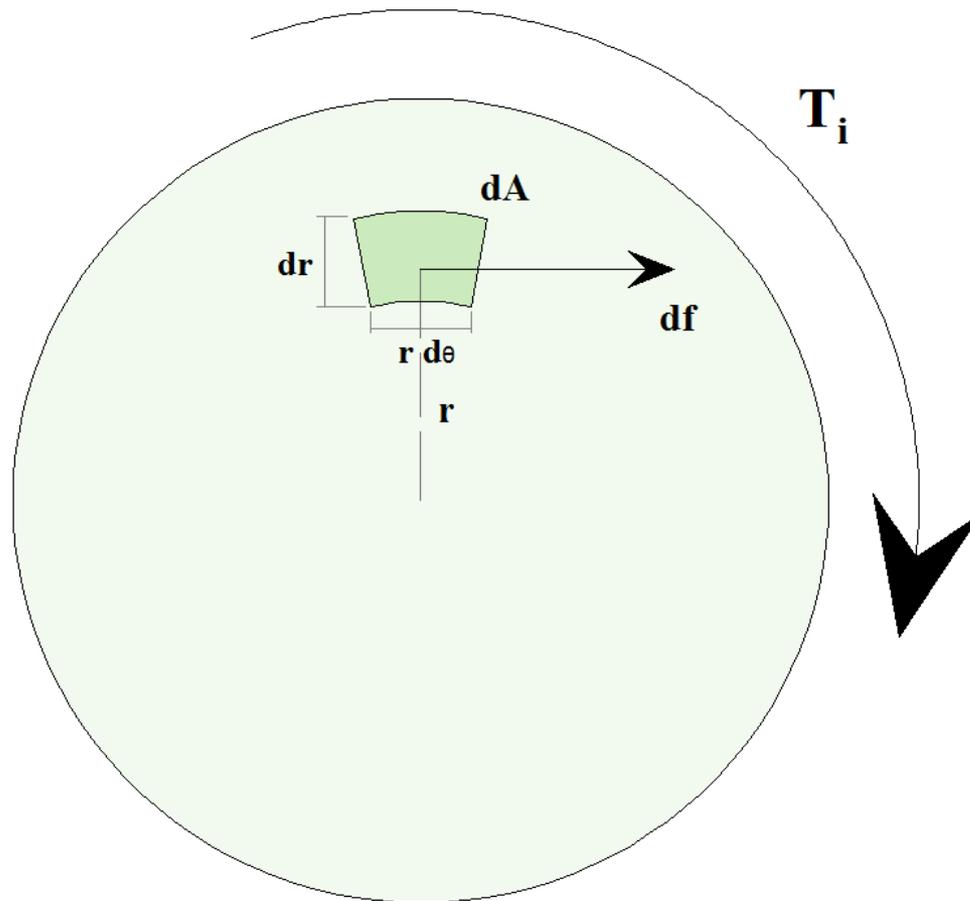
$$T = T_i$$

Torsión elástica: distribución de esfuerzos

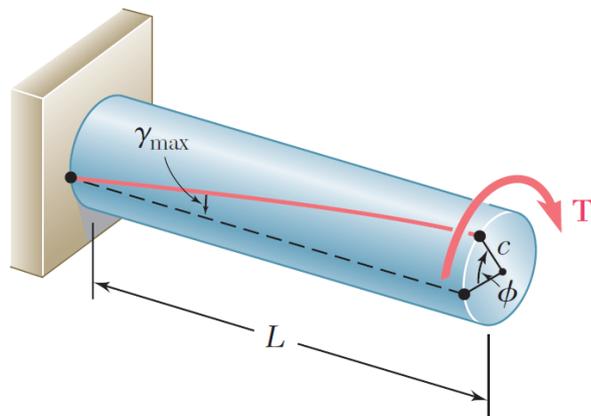
$$T = T_i$$

$$T = \frac{G\theta}{L} \int_A r^2 dA$$

M polar de inercia ←



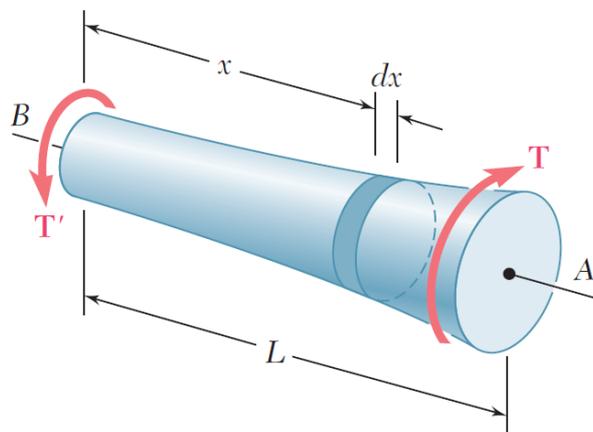
Torsión elástica: ángulo de giro



En deformación elástica existe una relación directamente proporcional entre el torque aplicado T y el ángulo de giro ϕ del eje sometido. En un eje de sección circular y uniforme en su largo L , el ángulo de giro es

$$\phi = \frac{TL}{JG}$$

Donde ϕ es medido en radianes.



Cuando el eje sometido a torsión contiene más de un par torsor aplicado, su sección transversal no es constante, o está fabricado por más de un material o este es no homogéneo:

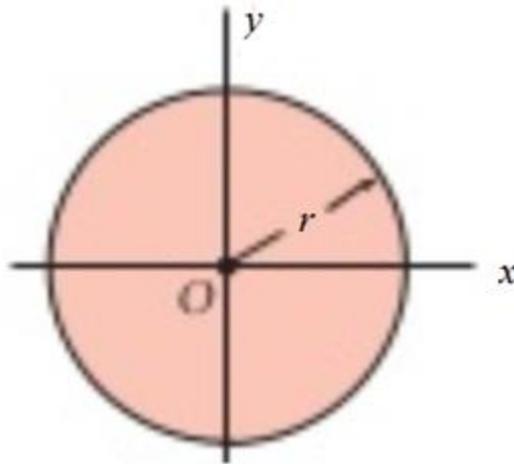
$$\phi = \int_0^L \frac{T(x)}{J(x)G(x)} dx \cong \sum_i \frac{T_i L_i}{J_i G_i}$$

Torsión elástica: Momento de inercia polar

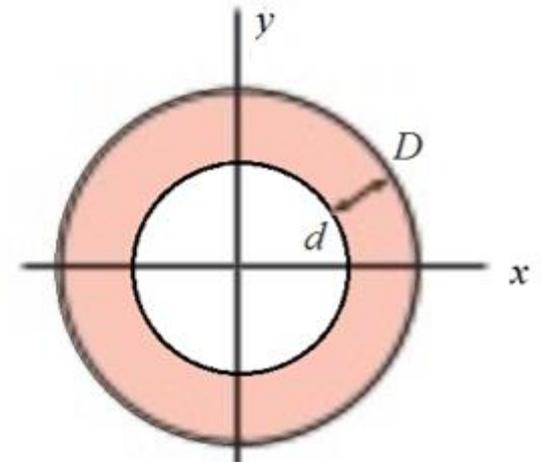
Para una sección circular o circular hueca, el módulo de torsión coincide con el momento de inercia polar

$$J = I_0 = I_x + I_z$$

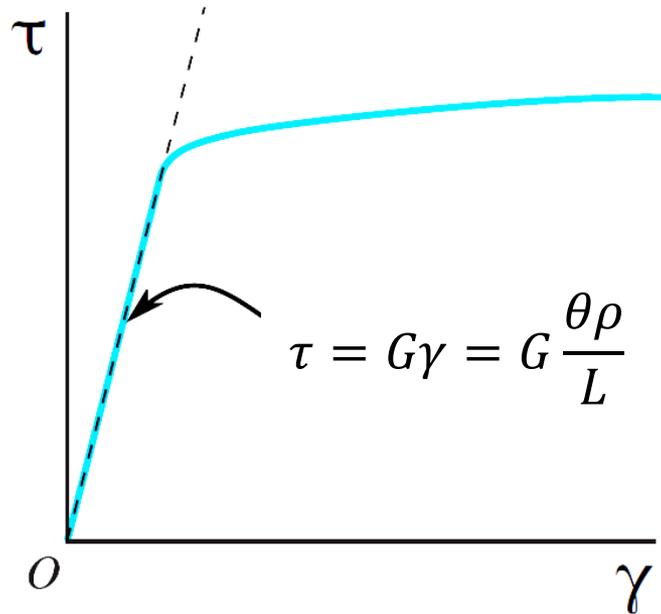
$$J = \frac{\pi}{32} D^4$$



$$J = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$$



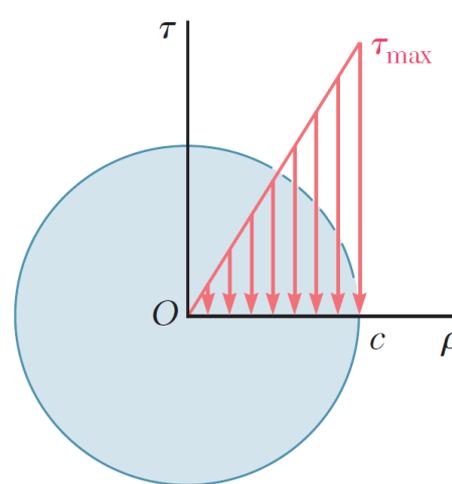
Torsión elástica: Esfuerzo cortante



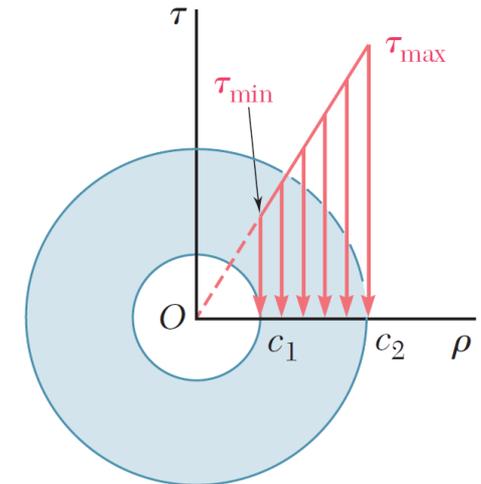
$$\tau = G \frac{\theta\rho}{L} \text{ y } T = \frac{GJ}{L} \theta$$

$$\tau = \frac{Tr}{J}$$

El esfuerzo cortante en un eje a torsión varía linealmente con la distancia ρ desde el centro hasta su extremo.



Eje macizo

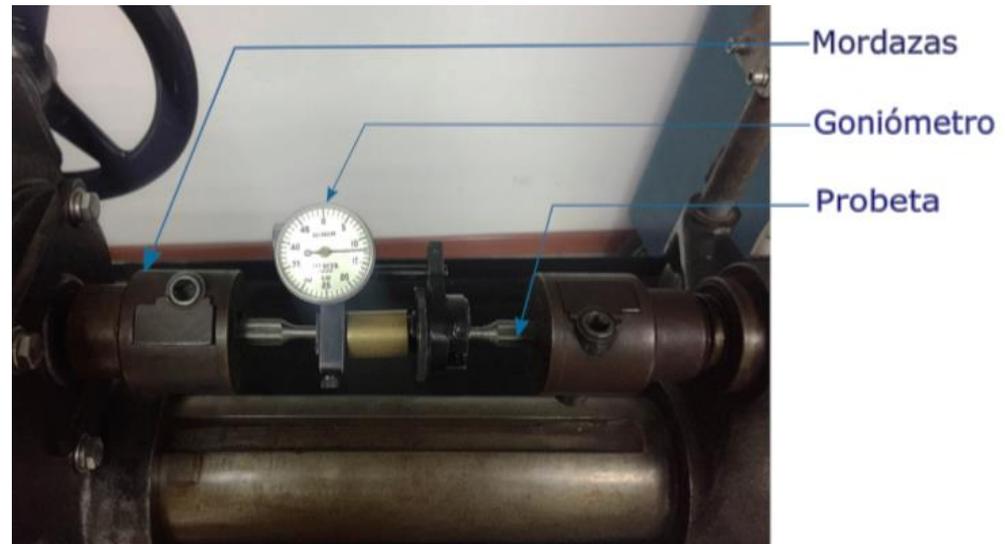
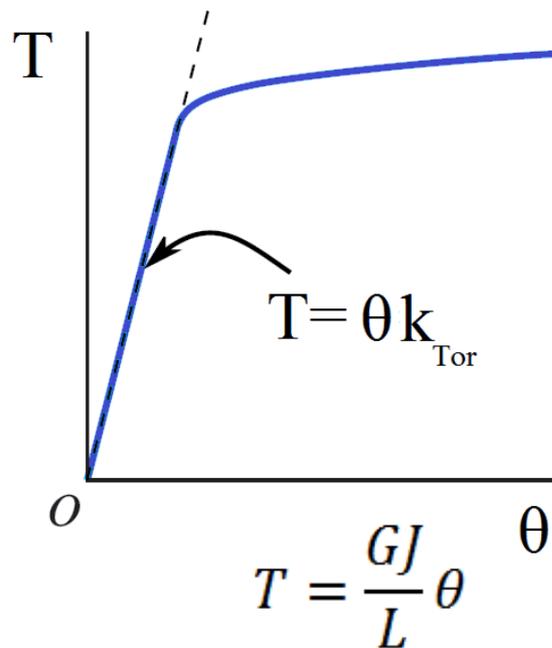


Eje ahuecado

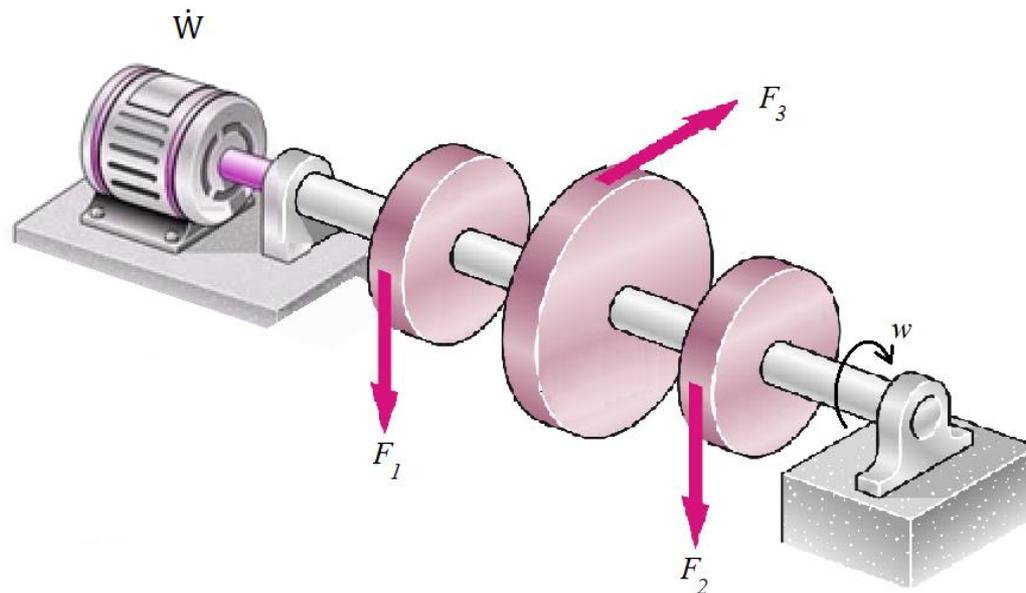


Torsión elástica: medición experimental

Para obtener el módulo de rigidez o elasticidad transversal, además del ángulo de giro máximo, distorsión, torque máximo, etc., se realiza un ensayo de torsión a velocidad constante.



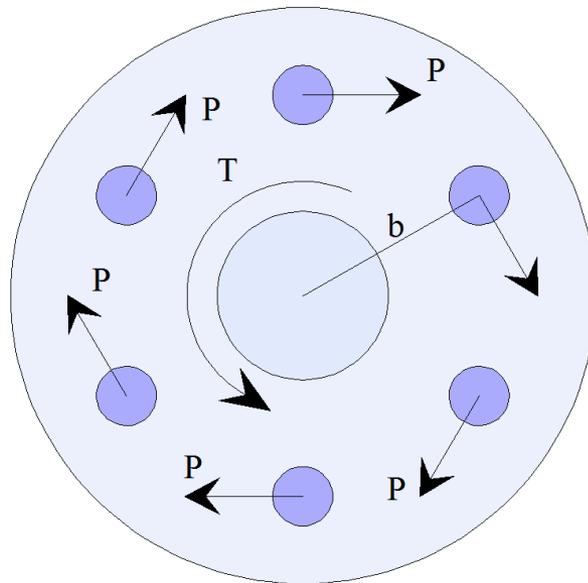
Torsión elástica: ejes de potencia



Potencia	$\dot{W} = \omega T$	}	$T = \frac{\dot{W}}{2\pi f}$	}	$T = \frac{GJ}{L} \theta$	Par torsor
Velocidad angular	$\omega = 2\pi f$				$\tau = \frac{Tr}{J}$	Esfuerzo de corte



Torsión elástica: acoplamiento por bridas



$$T = Pbn$$

$$P = \tau A_p \quad \tau = \frac{T}{A_p bn}$$

P: Fuerza aplicada en unión.

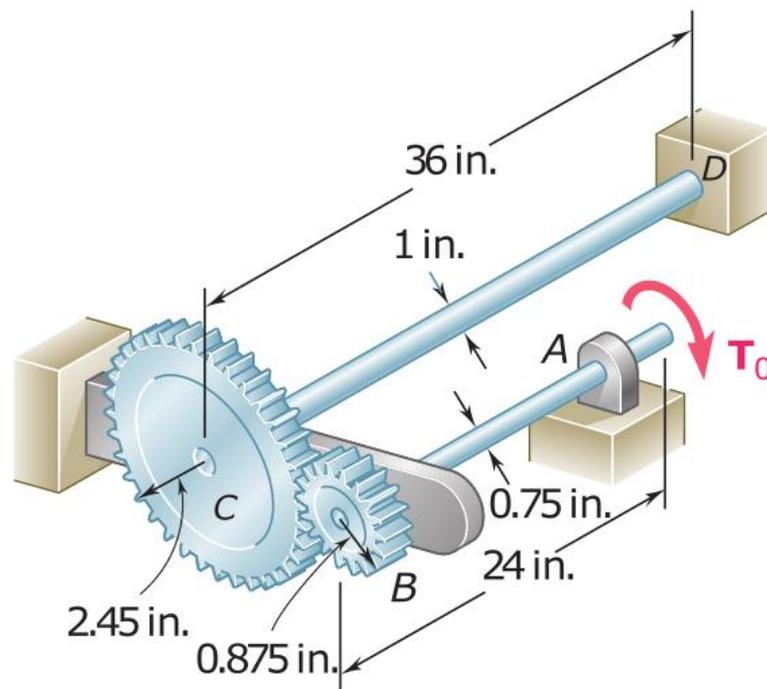
b: Distancia desde el centro del eje a la unión.

n: Número de pernos o uniones.

A_p : Área de sección de unión.

Ejemplo

Dos ejes sólidos se conectan a través de engranes. El módulo de rigidez de ambos es $G = 11,2 * 10^6$ psi y su esfuerzo de corte máximo permisible es de 8 ksi. Determine (a) el torque máximo T_0 que se puede aplicar en A y (b) el ángulo de giro absoluto del eje AB en A.





¿Consultas?

Curso - Resistencia de Materiales [15153]

Plan de estudios - Ingeniería Civil en Mecánica

Profesores: Matías Pacheco Alarcón (matias.pacheco@usach.cl)

Aldo Abarca Ortega (aldo.abarca@usach.cl)

Ayudante: Estéfano Muñoz (estefano.munoz@usach.cl)

Santiago de Chile, Abril 2019